

ارائه مدلی ریاضی با رویکرد مدیریت موجودی توسط فروشنده برای اقلام بهبودپذیر و فسادپذیر در طول یک زنجیره تأمین سه سطحی

منا غلامی^۱، محبوبه هنرور^{۲*}

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

۲. استادیار گروه مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

(تاریخ دریافت ۹۳/۶/۲۹ - تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۹۳/۱۲/۲ - تاریخ تصویب ۹۳/۱۲/۴)

چکیده

امروزه، بهبود توان رقابتی شرکت‌ها و پاسخگویی سریع به تقاضای متنوع مشتریان به مدیریت بهینه زنجیره تأمین نیاز دارد. یکی از شاخص‌های کارآمد در مدیریت زنجیره تأمین یکپارچگی است و یکی از رویکردهای نوین در این زمینه، مدیریت موجودی توسط فروشنده است. در این پژوهش، مدلی یکپارچه با سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده برای اقلام بهبودپذیر و فسادپذیر در طول یک زنجیره تأمین سه سطحی ارائه می‌شود. به منظور هماهنگی بین خرده‌فروشان و تولیدکننده از سیکل مشترک تجدید استفاده شده است که از روش‌های سیستم VMI است. از مفروضات این مدل می‌توان به ثابت بودن تقاضای هر خرده‌فروش، میزان تولید و فساد اشاره کرد. علاوه بر این، در این پژوهش به بهبودپذیری اقلام توجه شده است و میزان بهبود از توزیع ویبول تبعیت می‌کند. در ادامه، مدل ریاضی مسئله ارائه می‌شود که یک مدل غیرخطی مختلط عدد صحیح است و سپس به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، مثالی عددی آورده می‌شود. در این پژوهش برای حل مدل، روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک پیشنهاد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: اقلام بهبودپذیر، اقلام فسادپذیر، الگوریتم ژنتیک، زنجیره تأمین سه سطحی، مدیریت موجودی توسط فروشنده.

مقدمه

کنترل موجودی را به عهده بگیرد. وی با درک تمایل هر دو طرف (تأمین‌کننده و مشتری) برای کنترل سیستم موجودی، پیشنهاد کرد که تأمین‌کننده کنترل سطح موجودی را با محدودیت‌های مبتنی بر اطلاعات ارسالی توسط مشتریان بر عهده گیرد. مفهوم اصلی VMI در دهه ۱۹۹۰ شکل گرفت. ریشه این گونه تحقیقات را می‌توان در مطالعات کلارک و اسکارف [۷] یافت. آن‌ها فرض کردند کل زنجیره تأمین (شامل یک فروشنده و یک مشتری) توسط یک شخص کنترل می‌شود. در مدیریت موجودی توسط فروشنده، خرده‌فروش اطلاعات در زمینه میزان فروش و سطح موجودی را به تأمین‌کننده ارائه می‌دهد؛ بنابراین، تأمین‌کننده می‌تواند براساس این اطلاعات، زمان و میزان تجدید موجودی خود و پایین‌دستی‌ها را تعیین کند. اطلاعات تأمین‌کننده از سطح موجودی خرده‌فروشان سبب

تغییرهای سریع و اجتناب‌ناپذیر دنیای امروز به دلیل پدیده جهانی شدن سبب شده است شرکت‌ها برای حفظ توان رقابت‌پذیری، رضایتمندی مشتریان و دستیابی بهینه به اهدافشان در تعامل هرچه بیشتر با یکدیگر قرار گیرند؛ بنابراین، در این راستا مفهوم زنجیره تأمین شکل گرفته است. اولین بار گوپال [۱] ایده یکپارچه‌سازی هزینه‌های خریدار و تأمین‌کننده را در زنجیره تأمین مطرح کرد. سپس محققان بسیاری مانند راوو و همکاران [۲]، لی و هوانگ [۳]، یانگ و ووی [۴] و شاه و همکاران [۵] اثبات کردند بهیچ‌گونه هزینه‌های زنجیره تأمین به یکپارچه‌سازی زنجیره تأمین بستگی دارد. اولین بار مگی [۶] چارچوب مدیریت موجودی توسط فروشنده^۱ را به‌عنوان رویکرد نوین یکپارچه‌سازی زنجیره تأمین معرفی کرد. در این زمینه، وی این پرسش را مطرح کرد که چه کسی باید مسئولیت

دقیق تر شدن پیش‌بینی تقاضای آینده می‌شود. در نتیجه، تحویل کالا با زمان‌بندی بهتری صورت می‌گیرد و در نهایت سبب ارتقای سطح خدمت‌رسانی مشتری می‌شود. هدف از بهبود مدیریت موجودی در هنگام افزایش سطح خدمت‌رسانی بدون افزایش در سطح موجودی و هزینه‌های توزیع است. از نمونه‌های موفق کاربرد VMI می‌توان به همکاری‌های موفق بین دو شرکت Proctor & Gamble (P&G) و Wal-Mart در نقش تأمین‌کننده و خرده‌فروش اشاره کرد که کاربرد این سیستم سبب بهبود تحویل‌های به‌موقع P&G به میزان ۲۰ تا ۲۵ درصد به Wal-Mart و افزایش ۳۰ درصدی گردش موجودی شد.

از راهبردهای کارا در زمینه مدیریت موجودی توسط فروشنده، راهبرد سیکل مشترک تجدید موجودی VMI است. در این راهبرد، تولیدکننده یا تأمین‌کننده به‌عنوان فروشنده با در نظر گرفتن سیکل تجدید موجودی یکسان برای همه خرده‌فروشان، در مورد زمان و مقدار تجدید موجودی آن‌ها و نیز مطابق با آن برای سیستم خود تصمیم‌گیری می‌کند.

با گذشت زمان، برخی اقلام از لحاظ فیزیکی تغییر می‌کنند؛ بنابراین، فرض نگهداری موجودی بدون محدودیت در انبار، غیرواقعی است. به‌طور کلی، کالاها را می‌توان از دیدگاه طول عمر به دو دسته تقسیم کرد: دسته اول، کالاهای فسادپذیر نام دارند که به‌مرور زمان از ارزش و مطلوبیت آن‌ها کاسته می‌شود. دسته دوم در مقابل دسته اول قرار دارند و با گذر زمان بر مطلوبیت آن‌ها افزوده می‌شود و به آن‌ها کالاهای بهبودپذیر گفته می‌شود. ایجاد کمبود یا مازاد موجودی این کالاها، هزینه‌های اضافی را به سیستم کنترل موجودی در طول زنجیره تأمین اعمال می‌کند؛ بنابراین، اتخاذ راهبردی مناسب و متناسب با نوع موجودی، تأثیر بسزایی بر کاهش هزینه‌های موجودی و در نهایت افزایش سود کل دارد.

اولین بار ویتین [۸] بحث آسیب‌پذیری و غیرقابل‌صرف‌شدن کالاها را مطرح کرد. گیر و اسکر در [۹] اولین کسانی بودند که کاهش موجودی را به‌صورت تابع نمایی فرض کردند. آن‌ها یک میزان ثابت فساد را به مدل سفارش اقتصادی اضافه کردند، به‌گونه‌ای که تغییرهای سطح انبار یک تابع نمایی منفی از زمان باشد. مدل‌های

متفاوتی با تغییر پارامترهای ورودی مدل گیر و اسکر در ارائه شد که می‌توان کاورت و فیلیپ [۱۰] و تادیکامالا [۱۱] را نام برد. محققان به تدریج به مفهوم بهبود-در مقابل فسادپذیری- توجه کردند. به‌دلیل قابلیت توزیع ویبول برای توصیف طول عمر محصولات با کمک پارامترهای مختلف، در سال‌های اخیر استفاده از آن برای مدل‌سازی طول عمر محصولات در مدیریت موجودی معمول شده است. با توجه به رشد سریع اقلام بهبودپذیر در ابتدا و روند کاهشی آن با گذر زمان، استفاده از توزیع ویبول که تابعی کاهشی نسبت به زمان است، برای توصیف این رابطه مناسب است [۱۲]. اولین مدل میزان انباشته اقتصادی^۲ برای اقلام بهبودپذیر توسط هوانگ [۱۳] ارائه شد. در مدل وی، بهبود و فساد از توزیع ویبول پیروی می‌کردند. یان چو و همکاران [۱۲] با ارائه مدلی مشابه مدل هوانگ با کمک راه‌حل‌های تحلیلی میزان بهینگی سفارش اقتصادی برای کالاهای بهبودپذیر را به‌دست آوردند. سپس هوانگ [۱۴] نوعی ویژه از مدل‌های موجودی اقلام بهبودپذیر و فاسدشدنی با توزیع ویبول را با هریک از رویکردهای آخرین ورودی، اولین خروجی^۳ و اولین ورودی، اولین خروجی^۴ بررسی کرد. ماندال و همکاران [۱۵] نیز یک مدل قطعی موجودی اقلام بهبودپذیر و فسادپذیر را مطالعه کردند. در تمام این مدل‌ها، به کنترل موجودی در یک بنگاه توجه شده است.

با توجه به اهمیت زنجیره تأمین و کالاهای فاسدشدنی، بعضی از محققان یکپارچگی زنجیره را به‌همراه کالاهای فاسدشدنی در نظر گرفته‌اند.

یو و همکاران [۱۶] به فسادپذیری اقلام در طول زنجیره تأمین دوسطحی توجه کردند و مدل یکپارچه موجودی در زنجیره تأمین برای اقلام فسادپذیر ارائه کردند. آن‌ها از روش VMI برای یکپارچه‌سازی زنجیره تأمین بهره بردند. در مدل آن‌ها، محصول نهایی فسادپذیر و تقاضای هر خرده‌فروش قطعی و ثابت فرض شده بود. پس از ارائه مدل یکپارچه‌شده موجودی با هدف بیشینه‌سازی سود، مدل با کمک رویکرد ترکیبی ابتکاری و فراابتکاری الگوریتم ژنتیک حل شده است.

یو و همکاران [۱۷] مدلی مشابه مدل یو و همکاران [۱۶] ارائه کردند، با این تفاوت که در مدل آن‌ها با حذف

در این پژوهش، مدل یکپارچه موجودی به کمک سیستم VMI در یک زنجیره تأمین سه سطحی ارائه شده است. اقلام جریان یافته در این زنجیره فسادپذیر و بهبودپذیر است و برای یکپارچه سازی از رویکرد سیکل مشترک تجدید VMI استفاده شده است. از نوآوری های این تحقیق می توان به استفاده از سیستم VMI برای کنترل موجودی اقلام بهبودپذیر و نیز کاربرد این سیستم در زنجیره تأمین سه سطحی اشاره کرد.

مفهوم قیمت گذاری به فسادپذیری مواد خام توجه شده بود. آن ها از روش نسبت طلایی برای کمیته سازی مدل استفاده کردند.

لاو و وی [۱۸] به مسئله فساد و بهبود کالا در زنجیره تأمین توجه کردند و مدل یکپارچه تولید- موجودی را برای زنجیره تأمین دوسطحی و متشکل از یک تولیدکننده و یک خریدار ارائه دادند. در مدل آن ها، فساد و بهبود دارای توزیع ویبول، میزان تولید و تقاضای ثابت و تقاضای پس افت مجاز فرض شده است.

جدول ۱. مروری بر ادبیات مدل های زنجیره تأمین

پژوهش	تعداد سطوح زنجیره تأمین	هدف مدل سازی	رویکرد VMI	اقلام فسادپذیر	اقلام بهبودپذیر
[۲]	سه سطحی	کمیته سازی هزینه		*	
[۳] [۵]	دوسطحی	کمیته سازی هزینه		*	
[۴]	دوسطحی	کمیته سازی هزینه		*	
[۱۵]	یک سطحی	بیشینه سازی سود		*	*
[۱۶]	دوسطحی	بیشینه سازی سود	*	*	
[۱۷]	دوسطحی	کمیته سازی هزینه	*	*	
[۱۸]	دوسطحی	کمیته سازی هزینه		*	*
تحقیق حاضر	سه سطحی	بیشینه سازی سود	*	*	*

شرح و بیان مسئله

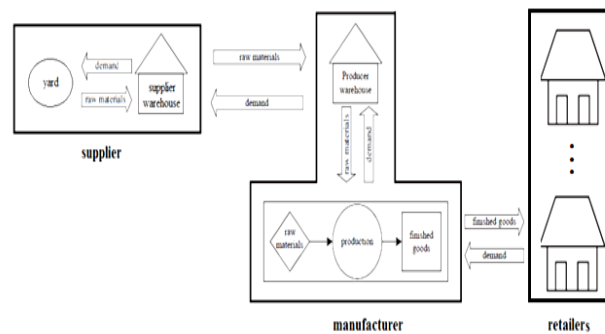
زنجیره تأمین مورد بررسی سه سطحی و شامل یک تأمین کننده، یک تولیدکننده و چندین خرده فروش است. تأمین کننده دارای دو بخش است: پرورش اقلام بهبودپذیر و انبار نگهداری مواد خام که اقلام بهبود یافته پس از برداشت در آن نگهداری می شوند. تولیدکننده نیز از دو بخش انبار نگهداری مواد خام و خط تولید محصول نهایی تشکیل شده است. هزینه های هر بخش شامل هزینه نگهداری موجودی، هزینه سفارش دهی، هزینه فساد اقلام و نیز هزینه خرید موجودی از سطوح بالادستی است، درآمد هریک از سطوح نیز از فروش موجودی به سطوح پایین دستی به دست می آید.

وظیفه سیستم VMI با رویکرد سیکل مشترک تجدید، ایجاد هماهنگی بین سطوح زنجیره تأمین با تنظیم

سیکل های سفارش است، به گونه ای که با در نظر گرفتن یک سیکل مشترک تجدید برای همه خرده فروشان، تلاش می شود بین سیکل تولید، تجدید موجودی مواد خام و سیکل تجدید موجودی اقلام بهبودپذیر هماهنگی صورت گیرد تا از کسری موجودی به دلیل فساد یا مازاد آن به دلیل بهبود، جلوگیری شود.

مفروضات مدل پیشنهادی به شرح زیر است:

- تقاضای هر خرده فروش، میزان تولید محصول نهایی و میزان برداشت از اقلام بهبودپذیر قطعی و ثابت فرض شده است.
- میزان فساد محصول نهایی، مواد خام و اقلام بهبودپذیر قطعی و ثابت است.
- میزان بهبود متغیر است و از توزیع ویبول تبعیت می کند.



شکل ۱. تصویر زنجیره تأمین پیشنهادی

تأمین کننده در واحد زمان
 قیمت خرده‌فروشی هر واحد محصول نهایی توسط
 خرده‌فروش i ام P_i
 قیمت عمده‌فروشی هر واحد محصول نهایی توسط
 تولیدکننده P_v
 قیمت خرید هر واحد ماده خام از تأمین کننده f_w
 قیمت خرید هر واحد موجودی بهبودپذیر اولیه از
 تأمین کننده خارجی C_p
 هزینه فساد هر واحد محصول نهایی (نابودی) برای
 خرده‌فروش i ام E_i
 هزینه فساد هر واحد محصول نهایی برای
 تولیدکننده E_{v_p}
 هزینه فساد هر واحد ماده خام برای تولیدکننده E_{v_w}
 هزینه فساد هر واحد ماده خام برای تأمین کننده E_{s_d}
 هزینه فساد هر واحد کالای بهبودپذیر برای
 تأمین کننده E_{s_a}
 هزینه بهبود (پرورش) هر واحد موجوی بهبودپذیر C_a
 هزینه هر بار سفارش‌دهی خرده‌فروش i ام O_i
 هزینه ثابت تولید در یک سیکل مشترک تجدید
 برای تولیدکننده S
 هزینه هر بار سفارش مواد خام برای تولیدکننده A
 هزینه ثابت به‌ازای هر بار صدور سفارش مواد خام
 توسط تأمین کننده K
 هزینه هر بار سفارش موجودی اولیه بهبودپذیر C_o
 میزان فساد هر واحد محصول نهایی در واحد زمان θ
 میزان فساد هر واحد مواد خام در واحد زمان β

- کمبود موجودی غیرمجاز است.
- تعداد دفعات تجدید موجودی مواد خام فسادپذیر برای تولیدکننده و نیز تعداد دفعات تجدید موجودی اقلام بهبودپذیر برای تأمین کننده، در هر سیکل مشترک تجدید دارای محدودیت است.
- هزینه فساد اقلام شامل هزینه نابودی و ازبین بردن اقلام فاسدشده است.

مدل ریاضی مسئله

پارامترهای ورودی

- I اندیس خرده‌فروشان
- J سیکل انباشتگی مواد خام در انبار تأمین کننده
- D_i تقاضای خرده‌فروش i ام در واحد زمان
- P میزان تولید محصول نهایی در واحد زمان
- G تعداد واحدهای مورد نیاز مواد خام برای تولید یک واحد محصول نهایی
- R میزان برداشت از اقلام بهبودپذیر در واحد زمان به‌گونه‌ای که: $R \geq GP$
- hr_i هزینه نگهداری یک واحد محصول نهایی برای خرده‌فروش در واحد زمان
- hv_p هزینه نگهداری یک واحد محصول نهایی برای تولیدکننده در واحد زمان
- hv_w هزینه نگهداری یک واحد ماده خام برای تولیدکننده در واحد زمان
- hs_d هزینه نگهداری یک واحد ماده خام برای تأمین کننده در واحد زمان
- hs_a هزینه نگهداری هر واحد موجودی زنده برای

سطح موجودی اقلام بهبودپذیر در مدت زمان رشد این اقلام	$IS_{1a}(t)$	میزان فساد هر واحد موجودی بهبودپذیر در واحد زمان	μ
سطح موجودی اقلام بهبودپذیر در مدت زمان برداشت از این اقلام	$IS_{2a}(t)$	پارامتر مقیاس میزان بهبود $0 < \delta < 1$	δ
تابع سود خرده‌فروش i ام در واحد زمان	TP_i	پارامتر شکل میزان بهبود $0 < \gamma < 1$	γ
تابع هزینه محصول نهایی در واحد زمان برای تولیدکننده	TC_{V_p}	حداکثر دفعات سفارش مواد خام در یک سیکل مشترک تجدید	N
تابع هزینه مواد خام در واحد زمان برای تولیدکننده	TC_{V_w}	حداکثر دفعات سفارش اقلام بهبودپذیر در یک سیکل مشترک تجدید	M

متغیرهای مسئله

تابع سود تولیدکننده در واحد زمان	TP_v	مدت زمان تولید محصول برای ارضای تقاضای خرده‌فروش i ام	tv_i
تابع هزینه مواد خام در واحد زمان برای تأمین‌کننده	TC_{S_d}	سیکل تولید محصول نهایی در یک سیکل مشترک تجدید	t_v
تابع هزینه اقلام بهبودپذیر در واحد زمان برای تأمین‌کننده	TC_{S_a}	سیکل تجدید موجودی مواد خام به‌گونه‌ای که: $t_w = \frac{t_v}{n}$	t_w
تابع سود تأمین‌کننده در واحد زمان	TP_s	میزان سفارش خرده‌فروش i ام برای محصول نهایی در یک سیکل مشترک تجدید	Q_i
سود یکپارچه‌شده در واحد زمان برای کل زنجیره تأمین	HTP	میزان سفارش مواد خام توسط تولیدکننده در هر سیکل تولید	Q_w

متغیرهای مستقل مسئله

سیکل مشترک تجدید VMI برای تجدید موجودی خرده‌فروشان	C
تعداد دفعات تحویل مواد خام به تولیدکننده در سیکل مشترک تجدید، به‌گونه‌ای که: $n \geq 1$ و عدد صحیح	N
تعداد دفعات تحویل مواد خام به تولیدکننده در مدت زمان برداشت از موجودی بهبودیافته	n_p
تعداد دفعات خرید اقلام بهبودپذیر اولیه از تأمین‌کننده خارجی	M

مدل پیشنهادی

در این بخش، ابتدا توابع سود هر سطح از زنجیره تأمین محاسبه می‌شود، سپس تابع سود یکپارچه‌شده VMI ارائه می‌شود.

تابع سود خرده‌فروش

سطح موجودی محصول نهایی در سیکل مشترک تجدید و برای خرده‌فروش i ام به‌صورت معادله دیفرانسیل ارائه می‌شود:

مدت زمان برداشت در آخرین سیکل برداشت	t_3
سطح موجودی خرده‌فروش i ام در زمان t	$I_i(t)$
سطح موجودی تولید محصول نهایی خرده‌فروش i ام توسط تولیدکننده	$Iv_i(t)$
سطح موجودی مواد خام تولیدکننده در زمان t	$Iv_w(t)$
سطح موجودی مواد خام در سیکل z ام انباشتگی تأمین‌کننده در زمان t	$IS_f(t)$

هزینه فساد موجودی که هزینه‌های نابودی و خارج کردن موجودی فاسدشده از انبار را دربرمی‌گیرد، عبارت است از:

$$E_i(Q_i - D_i C) \quad (5)$$

هزینه تهیه محصول از تولیدکننده نیز از حاصل ضرب قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده در میزان سفارش هر خرده‌فروش به دست می‌آید:

$$p_v Q_i \quad (6)$$

تابع سود برای خرده‌فروش در سیکل مشترک C عبارت است از: کسر مجموع هزینه‌های نگهداری موجودی، فاسدشدن مواد در انبار و هزینه ثابت سفارش‌دهی از درآمد حاصل از فروش محصولات.

$$TP_i = \frac{1}{C} \left[p_i (D_i C) - \left(0_i + p_v Q_i + \frac{hr_i D_i}{\theta^2} \left(e^{\theta C} - 1 - \theta C \right) + E_i (Q_i - D_i C) \right) \right]$$

جای‌گذاری رابطه $(Iv_i(t) = Q_i)$ ، مدت‌زمان تولید محصول برای پاسخگویی به تقاضای خرده‌فروش i ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$tv_i = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 - \frac{D_i}{P} (e^{\theta C} - 1) \right] \quad (10)$$

شایان ذکر است زمان تولید محصول برابر با مجموع زمان‌های تولید محصول برای تمام خرده‌فروشان است، پس داریم:

$$tv = \sum_{i=1}^m tv_i = -\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^m \ln \left[1 - \frac{D_i}{P} (e^{\theta C} - 1) \right] \quad (11)$$

هزینه نگهداری محصول نهایی خرده‌فروش i ام در انبار برای تولیدکننده (فروشنده) برابر است با:

$$\int_0^{tv_i} hv_p Iv_i(t) dt = \frac{hv_p P}{\theta^2} (\theta tv_i + e^{-\theta tv_i} - 1) \quad (12)$$

$$I_i'(t) = -\theta I_i(t) - D_i, 0 \leq t \leq C \quad (1)$$

$$I_i(C) = 0$$

با استفاده از شرط اولیه، معادله ۱ به صورت زیر حل می‌شود:

$$I_i(t) = \frac{D_i}{\theta} \left(e^{\theta(C-t)} - 1 \right), 0 \leq t \leq C \quad (2)$$

$$Q_i = I_i(0) = \frac{D_i}{\theta} (e^{\theta C} - 1) \quad (3)$$

هزینه نگهداری موجودی با کمک انتگرال‌گیری از رابطه ۲ به دست می‌آید:

$$\int_0^C hr_i I_i(t) dt = \frac{hr_i D_i}{\theta^2} (e^{\theta C} - 1 - \theta C) \quad (4)$$

(۷)

تابع سود تولیدکننده

تابع سود تولیدکننده از کسر هزینه‌ها از درآمد فروش محصول نهایی به خرده‌فروش به دست می‌آید. هزینه‌ها از دو بخش تولید محصول نهایی و انبار نگهداری مواد خام حاصل شده است.

تابع هزینه در تولید محصول نهایی

سطح موجودی در تولید محصول نهایی برای خرده‌فروش i ام به صورت معادله دیفرانسیل در معادله ۸ آورده می‌شود:

$$Iv_i'(t) = P - \theta Iv_i(t), 0 \leq t \leq tv_i \quad (8)$$

$$Iv_i(0) = 0$$

$$Iv_i(t) = \frac{P}{\theta} (1 - e^{-\theta t}), 0 \leq t \leq tv_i \quad (9)$$

بدیهی است مقدار موجودی در انتهای زمان تولید با مقدار سفارش خرده‌فروش برابر است؛ بنابراین، با

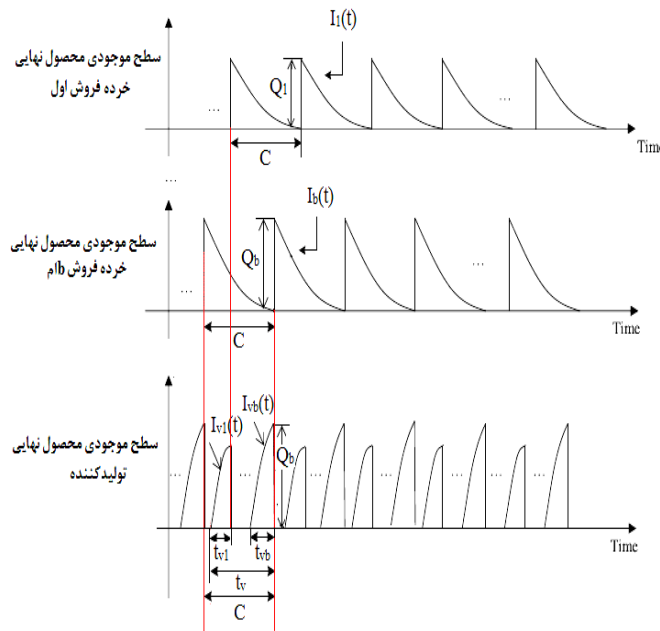
تولیدکننده عبارت است از: هزینه فساد محصول در سیکل مشترک برای تابع هزینه محصول نهایی برای تولیدکننده برابر است با کسر هزینه‌های بالا از درآمد حاصل از فروش:

$$Ev_p (P * tv_i - Q_i) \tag{۱۳}$$

$$\tag{۱۴}$$

$$TCv_p = \frac{1}{C} \left(S + \sum_{i=1}^m \frac{hv_p P}{\theta^2} \left(\theta tv_i + e^{-\theta tv_i} - 1 \right) + Ev_p \left(P \sum_{i=1}^m tv_i - \sum_{i=1}^m Q_i \right) \right)$$

در شکل ۲، سطح موجودی محصول نهایی برای خرده‌فروشان و تولیدکننده نشان داده می‌شود.



شکل ۲. سطح موجودی محصول نهایی در طول زنجیره تأمین

خام (t_w) است؛ بنابراین داریم:

$$\tag{۱۷}$$

$$t_w = \frac{tv}{n} = -\frac{1}{n\theta} \sum_{i=1}^b \ln \left[1 - \frac{D_i}{P} (e^{\theta C} - 1) \right]$$

$$Q_w = I_w(0) = \frac{MP}{\beta} \left(e^{\beta t_w} - 1 \right) \tag{۱۸}$$

هزینه نگهداری مواد خام در سیکل t_w عبارت است از:

سود تولیدکننده در نگهداری مواد خام

معادله سطح موجودی مواد خام در هر سیکل تجدید مواد

خام (t_w) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_w'(t) = -GP - \beta I_w(t), 0 \leq t \leq t_w \tag{۱۵}$$

$$I_w(t_w) = 0$$

$$\tag{۱۶}$$

$$I_w(t) = \frac{GP}{\beta} \left(e^{\beta(t_w - t)} - 1 \right), 0 \leq t \leq t_w$$

زمان تولید (t_v) مضربی صحیح از سیکل تجدید مواد

$$\int_0^{t_w} hv_w I_w(t) dt = \frac{hv_w GP}{\beta^2} (e^{\beta t_w} - \beta t_w - 1) \tag{۱۹}$$

با کمک دو رابطه بالا، هزینه در واحد زمان برای انبار مواد خام تولیدکننده به صورت زیر به دست می آید:

$$TCv_w = \frac{n}{C} \left[A + f_w Q_w + \frac{hw_w GP}{\beta^2} \left(e^{\beta t_w} - \beta t_w - 1 \right) + Ev_w \left(Q_w - GP t_w \right) \right], \quad (21)$$

$$1 \leq n \leq N$$

(۲۳)

$$Is'_j(t) = R - \beta Is_j(t) \quad 0 \leq t \leq t_w,$$

$$1 \leq j \leq n_p$$

$$Is_j(0) = Q'_{j-1}$$

$$Is_j(t) = \left(Q'_{j-1} - \frac{R}{\beta} \right) e^{-\beta t} + \frac{R}{\beta} \quad (24)$$

مقدار سطح موجودی در انتهای دوره زام بعد از تحویل کالا به مشتری برابر با $Q'_j = Is_j(t_w) - Q_w$ است که این مقدار به عنوان سطح اولیه برای دوره $z+1$ محسوب می شود. در آغاز برداشت موجودی انبار صفر است؛ بنابراین داریم:

$$Q'_0 = 0$$

$$Q'_1 = Is_1(t_w) - Q_w$$

$$Q'_2 = Is_2(t_w) - Q_w \quad (25)$$

...

$$Q'_{np} = Is_{np}(t_w) - Q_w$$

با استفاده از دو رابطه ۲۴ و ۲۵ داریم:

$$Q'_{np} = -\frac{R}{\beta} e^{-n_p \beta t_w} - Q_w \frac{(e^{-n_p \beta t_w} - 1)}{e^{-\beta t_w} - 1} + \frac{R}{\beta} \quad (26)$$

تأمین کرد. فرض می کنیم این مدت زمان t_3 است؛ بنابراین، مقدار تولید انباشته شده در زمان t_3 در دوره n_p+1 برابر است با:

هزینه فاسدشدن مواد خام در سیکل t_w عبارت است از:

$$Ev_w (Q_w - G * P * t_w) \quad (20)$$

تابع سود تولیدکننده از کسر درآمد فروش محصول نهایی به خرده فروشان از توابع هزینه تولیدکننده در انبار و در تولید محصول نهایی حاصل می شود.

(۲۲)

$$TPv = \frac{\sum_i^b I_v^p Q_i}{C} - (TCv_p + TCv_w)$$

تابع سود تأمین کننده

معادله سود تأمین کننده مانند تولیدکننده به کمک معادله های هزینه در دو بخش نگهداری مواد خام و پرورش اقلام بهبودپذیر، به دست می آید.

تابع هزینه تأمین کننده در انبار مواد خام

فرض می شود تأمین کننده از تقاضای تولیدکننده آگاه است؛ بنابراین، به منظور جلوگیری از کمبود مدت t_w قبل از تقاضا، از اقلام بهبودیافته برداشت می کند. تأمین کننده پس از ذخیره مواد خام برداشت شده به صورت انباشته، در هر دوره زمانی t_w به مقدار تقاضای تولیدکننده (Q_w) مواد خام ارسال می کند. تأمین کننده فقط n_p دوره از اقلام بهبودیافته برداشت می کند و مازاد برداشت ذخیره می شود، به گونه ای که مقدار انباشته شده پاسخگوی تمام نیاز تولیدکننده تا پایان سیکل C است.

سطح موجودی مواد خام در سیکل تجدید موجودی مواد خام و در دوره t عبارت است از:

فرض شده است که تولید در دوره n_p+1 تا جایی ادامه می یابد که تمام مواد خام مورد نیاز تولیدکننده تا انتهای سیکل تولید ($t_w = n_p$) را می توان از مقدار انباشته شده

$$Q'_n = 0 \Rightarrow Q'_{n_p+1}(2) e^{-\left(n-n_p-1\right)\beta t_w} - Q'_w \frac{\left(e^{-\left(n-n_p-1\right)\beta t_w} - 1\right)}{e^{-\beta t_w} - 1} = 0 \quad (32)$$

$$Q'_{n_p+1}(2) = Q'_w \frac{\left(1 - e^{-\left(n-n_p-1\right)\beta t_w}\right)}{e^{-\beta t_w} - 1}$$

که مقدار t_3 و n_p باید به صورتی انتخاب شود که رابطه زیر برقرار باشد:

$$Q'_{n_p+1}(1) = Q'_{n_p+1}(2) \quad (33)$$

با توجه به فرض بالا و به منظور کاستن از تعداد متغیرهای مستقل و پیچیدگی مدل، مقادیر t_3 و n_p را می توان از الگوریتم راوو و همکاران [۱۷] به صورت زیر به دست آورد:

۱. مقدار t_3 را برابر t_w در نظر می گیریم، در معادله های ۲۷ و ۳۱ مقدار n_p+1 را به ترتیب برابر $2 \dots n$ قرار می دهیم.

۲. هنگامی که $Q'_{n_p+1}(1) \geq Q'_{n_p+1}(2)$ است، جواب n_p به دست می آید.

۳. حال با جایگزین کردن n_p در رابطه ۲۷ و ۳۱ و مساوی قرار دادن این دو معادله، t_3 به دست می آید. مقدار کالاهای فاسد شده در هر دوره زام که برداشت صورت می گیرد، به صورت معادله های زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} j &= 1 \\ j &= 2 \\ \dots \\ j &= n_p \\ j &= n_p + 1 \\ \dots \\ j &= n - 1 \\ j &= n \end{aligned} \quad (34)$$

$$Q_{n_p+1}^{**} = \left(Q'_{n_p} - \frac{R}{\beta} \right) e^{-\beta t_3} + \frac{R}{\beta} \quad (27)$$

برداشت از موجودی در زمان $n_p \times t_w + t_3$ خاتمه یافته است، اما تحولاتها ادامه دارد و در زمان باقیمانده با فاسد شدن مواد خام به طور پیوسته و تحویل مواد خام به مقدار Q_w در هر t_w واحد زمانی از مقدار سطح موجودی کاسته می شود تا اینکه سطح انباشته به صفر می رسد.

با در نظر گرفتن میزان ثابت فاسد شدن، مقدار موجودی بعد از $(t_w - t_3)$ واحد زمانی از توقف برداشت و بعد از تحویل در دوره n_p+1 ام برابر است با:

$$Q'_{n_p+1}(1) = Q_{n_p+1}^{**} e^{-\beta(t_w - t_3)} - Q'_w \quad (28)$$

به این ترتیب، معادله موجودی در دوره های بعدی که برداشت نداریم به صورت زیر است:

$$I'_{s_j}(t) = -\beta I'_{s_j}(t) \quad 0 \leq t \leq t_w, n_p + 1 \leq j \leq n \quad (29)$$

$$I'_{s_j}(0) = Q'_{j-1}$$

$$I'_{s_j}(t) = Q'_{j-1} e^{-\beta t} \quad 0 \leq t \leq t_w, n_p + 2 \leq j \leq n \quad (30)$$

با استفاده از رابطه $Q'_j = I'_{s_j}(t_w) - Q'_w$ می توان مقدار سطح موجودی بعد از تحویل و در دوره n_p+j را به دست آورد:

$$Q'_{n_p+j} = Q'_{n_p+1}(1) e^{-(j-1)\beta t_w} - Q'_w \frac{\left(e^{-(j-1)\beta t_w} - 1\right)}{e^{-\beta t_w} - 1}, 2 \leq j \leq n - n_p \quad (31)$$

با توجه به صفر شدن موجودی در انتهای سیکل مشترک تجدید (C) مقدار $Q'_{n_p+1}(2)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$R \left(n_p \times t_w + t_3 \right) - nQ_w = \quad (35)$$

$$\left(L_1 + L_2 \dots + L_n \right) \beta = L_{tot} \beta$$

بنابراین هزینه فساد و نگهداری موجودی عبارت است

$$Es_d (L_{tot} \beta) \quad (36)$$

$$hs_d L_{tot} \quad (37)$$

بنابراین، تابع هزینه تأمین کننده در واحد زمان و در

بخش انبار نگهداری مواد خام عبارت است از:

$$TCs_d = \frac{\left(nK + hs_d \left(\frac{R \left(n_p \times t_w + t_3 \right) - nQ_w}{\beta} \right) + Es_d \left(R \left(n_p \times t_w + t_3 \right) - nQ_w \right) \right)}{C} \quad (38)$$

میزان موجودی رو به افزایش است. این روند تا زمان شروع برداشت ادامه دارد. در مدت زمان برداشت (T_2) همچنان رشد ارقام ادامه دارد، اما در مجموع به دلیل بزرگ‌تر بودن میزان برداشت از فساد، سطح موجودی رو به کاهش است تا زمانی که در زمان $t=T_2$ سطح موجودی به صفر می‌رسد.

سطح موجودی ارقام بهبودپذیر به کمک رابطه‌های ۳۸

و ۳۹ محاسبه می‌شود:

$$Is'_{1a}(t) = -\mu Is_{1a}(t) + \delta \gamma t^{\gamma-1} Is_{1a}(t), 0 \leq t \leq T_1 \quad (39)$$

$$Is'_{2a}(t) = -\mu Is_{2a}(t) + \delta \gamma t^{\gamma-1} Is_{2a}(t) - R, 0 \leq t \leq T_2$$

$$I_{1sp}(0) = I_0, I_{2sp}(T_2) = 0$$

$$Is_{1a}(t) = I_0 e^{\left(\delta t^\gamma - \mu t \right)}, 0 \leq t \leq T_1 \quad (40)$$

$$Is_{2a}(t) = R e^{\left(\delta t^\gamma - \mu t \right)} \int_t^{T_2} e^{\left(\mu u - \delta u^\gamma \right)} du, 0 \leq t \leq T_2$$

به دلیل قابل حل نبودن انتگرال رابطه ۴۰، می‌توان آن را با کمک بسط تیلور تخمین زد. بسط تیلور عبارت است از:

$$e^u = 1 + u + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots \quad (42)$$

دو جمله اول (توان یک) بسط تیلور را در رابطه ۴۰

$$R \times t_w - Q_w - Q'_1 = L_1 \beta$$

$$Q'_1 + R \times t_w - Q_w - Q'_2 = L_2 \beta$$

$$Q'_{n_p-1} + R \times t_w - Q_w - Q'_{n_p} = L_{n_p} \beta$$

$$Q'_{n_p} + R \times t_3 - Q_w - Q'_{n_p+1} = L_{n_p+1} \beta$$

$$Q'_{n-2} - Q_w - Q'_{n-1} = L_{n-1} \beta$$

$$Q'_{n-1} - Q_w - Q'_n = L_n \beta$$

مقدار کالای فاسدشده در سیکل C از مجموع کالاهای

فاسدشده در دوره ۱ تا n به دست می‌آید:

تابع هزینه در بخش پرورش ارقام بهبودپذیر

سیستم موجودی پرورش ارقام بهبودپذیر را می‌توان به دو دوره T_1 و T_2 تقسیم کرد. در ابتدا ($t=0$) تأمین کننده، سطح معینی از ارقام بهبودپذیر را از تأمین کننده خارجی تهیه می‌کند. با گذشت زمان، بر مطلوبیت این ارقام افزوده می‌شود. در طول این مدت فساد نیز اتفاق می‌افتد، اما به دلیل اینکه اثر بهبود بزرگ‌تر از فساد است، در مجموع

با توجه به اینکه ماکزیمم سطح موجودی و شروع زمان برداشت در $t=T_1$ اتفاق می‌افتد، سطح موجودی در این نقطه عبارت است از:

$$I_1 = Is_{2a}(0) = R \int_0^{T_2} e^{\left(\mu u - \delta u^\gamma \right)} du \quad (41)$$

جایگزین می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

در لحظه شروع برداشت داریم: $I_{2sp}(0) = I_{1sp}(T_1)$

؛ بنابراین، می‌توان مقدار I_1 را با کمک رابطه ۴۳ تخمین زد:

$$I_1 \approx R \left(T_2 + \frac{\mu T_2^2}{2} + \frac{\delta T_2^{\gamma+1}}{\gamma+1} \right) \quad (43)$$

$$I_0 e^{\left(\delta T_1^\gamma - \mu T_1 \right)} = R \int_0^{T_2} e^{\left(\mu u - \delta u^\gamma \right)} du \quad (44)$$

$$I_0 \approx R \left(T_2 + \frac{\mu T_2^2}{2} - \frac{\delta T_2^{\gamma+1}}{\gamma+1} + \mu T_1 T_2 - \delta T_1^\gamma T_2 \right)$$

$$m T_2 = n \frac{t}{p} w + t_3 \quad (45)$$

هزینه نگهداری موجودی در مدت زمان T_1+T_2 عبارت

است از:

به منظور جلوگیری از کمبود، فرض شده است که تأمین‌کننده چندین بار (m) به خرید موجودی بهبودپذیر اقدام می‌کند و در این مدت چندین بار (n) برداشت انجام می‌گیرد که به صورت انباشته در انبار نگهداری می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$hs_a \left(\int_0^{T_1} Is_{1p}(t) dt + \int_0^{T_2} Is_{2p}(t) dt \right) \approx \quad (46)$$

$$hs_a \left[RT_1 T_2 \left(1 + \mu T_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma+1} \right) + RT_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma+2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma+1)(\gamma+2)} \right) \right]$$

عبارت‌اند از:

تعداد کالاهایی که در بازه T_1+T_2 فاسد می‌شوند

$$\mu \left(\int_0^{T_1} Is_{1a}(t) dt + \int_0^{T_2} Is_{2a}(t) dt \right) \quad (47)$$

$$\approx \mu \left[RT_1 T_2 \left(1 + \mu T_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma+1} \right) + RT_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma+2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma+1)(\gamma+2)} \right) \right]$$

به دست می‌آید:

در نتیجه، هزینه زوال از حاصل ضرب هزینه فساد هر واحد از اقلام بهبودپذیر در تعداد کالاهای فسادپذیر

$$Es_a \mu \left[RT_1 T_2 \left(1 + \mu T_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma+1} \right) + RT_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma+2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma+1)(\gamma+2)} \right) \right] \quad (48)$$

به دلیل پیچیدگی، رابطه بالا را نمی‌توان تخمین زد؛ بنابراین، از معادله ۵۰ برای تخمین رابطه ۴۹ و

تعداد اقلام بهبود یافته در مدت زمان T_1+T_2 به صورت زیر به دست می‌آید:

به دست آوردن هزینه بهبود کمک گرفته می‌شود:

(۴۹)

$$\int_0^{T_1} \delta \gamma e^{\gamma-1} Is_{1a}(t) dt + \int_0^{T_2} \delta \gamma e^{\gamma-1} Is_{2a}(t) dt$$

$$I_0 - RT_2 + \text{تعداد اقلام فاسد شده} = \text{تعداد اقلام بهبود یافته} \quad (50)$$

$$\approx C_a R \left[\begin{array}{l} T_2 + \mu I_1 T_2 \left(1 + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma + 1} \right) + T_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma + 2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma + 1)(\gamma + 2)} \right) \\ - T_2 \left(1 + \frac{\mu I_2}{2} - \frac{\delta T_2^\gamma}{\gamma + 1} + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma \right) \end{array} \right] \quad (51)$$

هزینه خرید اقلام بهبودپذیر اولیه برابر است با:

$$C_p I_0 \approx C_p R T_2 \left(1 + \frac{\mu I_2}{2} - \frac{\delta T_2^\gamma}{\gamma + 1} + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma \right) \quad (52)$$

تابع هزینه کل در واحد زمان و در بخش پرورش اقلام بهبودپذیر برای تأمین کننده به صورت زیر به دست می آید:

$$TC_s \approx \frac{m}{C} \left[\begin{array}{l} C_0 + H_{sp} R \left[T_1 T_2 \left(1 + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma + 1} \right) + T_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma + 2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma + 1)(\gamma + 2)} \right) \right] + \\ E_{sp} \mu \left[R T_1 T_2 \left(1 + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma + 1} \right) + R T_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma + 2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma + 1)(\gamma + 2)} \right) \right] + \\ C_a R \left[\begin{array}{l} T_2 + \mu I_1 T_2 \left(1 + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma + \mu \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \delta \frac{(T_1^\gamma - T_2^\gamma)}{\gamma + 1} \right) + T_2^2 \left(\frac{1}{2} + \mu \frac{T_2}{6} - \delta \frac{T_2^\gamma}{\gamma + 2} + \delta \frac{T_2^\gamma}{(\gamma + 1)(\gamma + 2)} \right) \\ - T_2 \left(1 + \frac{\mu I_2}{2} - \frac{\delta T_2^\gamma}{\gamma + 1} + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma \right) \end{array} \right] + \\ C_p T_2 \left(1 + \frac{\mu I_2}{2} - \frac{\delta T_2^\gamma}{\gamma + 1} + \mu I_1 - \delta T_1^\gamma \right) \end{array} \right] \quad (53)$$

$$TP_s = \frac{f_w (nQ_w)}{C} - (TCS_d + TCS_a) \quad (54)$$

در شکل ۳، سطح موجودی مواد خام برای تولیدکننده و تأمین کننده در طول زنجیره تأمین نشان داده می شود. تابع سود تأمین کننده از تفاوت درآمد حاصل از فروش مواد خام به تولیدکننده و مجموع هزینه های تأمین کننده به دست می آید:

شکل ۳. نمودار سطح موجودی مواد خام در طول زنجیره تأمین

$$HTP = \sum_{i=1}^b TP_i + TP_v + TP_s$$

تابع سود یکپارچه شده کل زنجیره تأمین

تابع سود کل عبارت است از:

(۵۵)

$$HTP = \sum_{i=1}^b p_i D_i - C \left[\frac{b}{\sum_{i=1}^b} \left(O_i + \frac{hr_i D_i}{\theta^2} (e^{\theta C} - 1) - \frac{hr_i D_i C}{\theta} (+E_i - O_i) D_i C \right) + S + \right. \\ \left. - \frac{b}{\sum_{i=1}^b} \frac{hv_p P}{\theta^2} (\theta t v_i + e^{-\theta t v_i} - 1) + E_{vp} \left(P \sum_{i=1}^b t v_i - \sum_{i=1}^b Q_i \right) \right] - \\ \frac{1}{C} \left[nA + \frac{n^* h v_w^* G^* P}{\beta^2} \left(e^{-\beta t_w} - \beta t_w - 1 \right) + E v_w n (Q_w - G P t_w) + n_p K \right] - \\ + h s_d \left[R \left(\frac{n_p \times t_w + t}{\beta} \right) - n Q_w \right] + E s_d \left[R \left(\frac{n_p \times t_w}{\beta} \right) t_3 - n Q_w \right] \\ \frac{m}{C} \left[C_0 + E s_a D + C_p I_0 + C_a A + h s_a \left(\int_0^{T_1} I s_{1a}(t) dt + \int_0^{T_2} I s_{2a}(t) dt \right) \right]$$

S.t., $1 \leq n \leq N, 1 \leq m \leq M$ (۳), (۱۰), (۱۱), (۱۷), (۱۸), (۴۴)

عضو از این جمعیت، کروموزوم گفته می‌شود که بیانگر یک جواب مسئله است. کروموزوم‌ها در تکرارهای متوالی (نسل) تکامل می‌یابند. در هر نسل، کروموزوم‌ها با استفاده از معیارهای برازندگی ارزیابی می‌شوند. به منظور ایجاد نسل جدید، با استفاده از عملگر تقاطع یا جهش، کروموزوم‌های جدید به وجود می‌آیند. نسل جدید مطابق با مقدار برازندگی کروموزوم‌ها شکل می‌گیرد. پس از نسل‌های متوالی، الگوریتم به بهترین کروموزوم همگرا می‌شود. اطلاعات اولیه مورد نیاز برای شروع یک الگوریتم ژنتیک:

۱. اندازه جمعیت (N): تعداد کروموزوم‌های جمعیت اولیه که در هر نسل ثابت است.
۲. میزان تقاطع (P_C): درصدی از جمعیت که تقاطع روی آن‌ها اعمال می‌شود.
۳. میزان جهش (P_m): درصدی از جمعیت که دچار جهش می‌شوند.

الگوریتم حل

الگوریتم ژنتیک در به دست آوردن جواب‌های مناسب و منطقی برای بسیاری از مسائل بهینه‌سازی پیچیده توانایی بالایی دارد. مدل ارائه شده در رابطه ۵۵، مدل غیرخطی ترکیبی و دارای متغیرهای گسسته و پیوسته است و در اصطلاح به آن‌ها، مدل‌های غیرخطی مختلط عدد صحیح گفته می‌شود. به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد این گونه مدل‌ها و همچنین احتمال وجود چندین بهینه محلی، حل آن‌ها به کمک روش‌های دقیق بسیار مشکل است [۱۹]؛ بنابراین، در این تحقیق به منظور ماکزیمم‌سازی این مدل غیرخطی مختلط عدد صحیح، الگوریتم ژنتیک را پیشنهاد کرده‌ایم.

الگوریتم ژنتیک روش جست‌وجوی احتمالی مبتنی بر سازوکارهای طبیعی است. GA با مجموعه‌ای از جواب‌های تصادفی آغاز می‌شود که به آن جمعیت می‌گویند. به هر

۱. پارامترهای الگوریتم: اندازه جمعیت (nPop)، میزان تقاطع (Pc)، میزان جهش (Pm)، جمعیت فرزندان حاصل از تقاطع (nc)، جمعیت جهش‌یافتگان (nm)، میزان خروج از بازه والدین (γ)
۲. آماده‌سازی
 - ۱.۲. ایجاد جمعیت اولیه به صورت تصادفی در بازه ۱ و ۰.
 - ۲.۲. ارزیابی جمعیت اولیه و مرتب‌سازی جمعیت براساس مقدار تابع هدف.
 ۳. برای تکرارهای ۱ تا Maxit انجام بده:
 - ۱.۳. تقاطع
 - ۱.۱.۳. عضو از اعضای جمعیت را به کمک یکی از سه روش تقاطع تصادفی، چرخه رولت و رقابتی برای انجام تقاطع انتخاب کن.
 - ۲.۱.۳. مقدار تابع هدف را برای فرزندان حاصل از تقاطع محاسبه کن.
 - ۲.۳. جهش
 - ۱.۲.۳. عضو از اعضای جمعیت را به صورت تصادفی برای جهش انتخاب کن.
 - ۲.۲.۳. مقدار تابع هدف را برای فرزندان حاصل از تقاطع محاسبه کن.
 - ۳.۳. جمعیت حاصل از ترکیب و جهش‌یافتگان را به جمعیت اصلی اضافه کن.
 - ۴.۳. جمعیت را براساس مقدار تابع هدفشان مرتب کن.
 - ۵.۳. جمعیت را تقلیل بده و nPop عضو برتر را به نسل بعد منتقل کن.
 - ۶.۳. بهترین مقدار تابع هدف و متغیرهای متناظرش را ذخیره کن.

شکل ۴. گام‌های الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

می‌کند. در الگوریتم پیشنهادی از روش انتخاب چرخه رولت استفاده شده است.

تقاطع

در هر نسل در نتیجه ترکیب اعضای جمعیت با یکدیگر، افراد جدیدی به جمعیت اضافه می‌شوند که مشخصات و ویژگی‌های آن‌ها ترکیبی از ویژگی‌های والدین است، این فرایند توسط عملگر تقاطع نمایش داده می‌شود. برای عملگر تقاطع روش‌های متعددی تعریف شده است، اما روش کاربردی در این تحقیق روش تقاطع یکنواخت است. در این روش، یک ژن از هر دو والد به طور مستقل از سایر ژن‌ها، شانس برابر برای حضور در کروموزوم یک فرزند را دارند. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌ها، ایجاد تنوع ژنتیک بالاتر پس از ترکیب است؛ بنابراین، کاربرد این روش در جمعیت‌های کوچک به دلیل همگرایی سریع‌تر بیشتر است، اما در جمعیت‌های بزرگ، معمولاً تنوع ژنتیکی لازم فراهم است.

ساختار کروموزوم

در الگوریتم پیشنهادی، نمایش ژن‌ها به صورت اعداد حقیقی است. در این الگوریتم، نیازی نبود که متغیرهای پیوسته از حالت کد خارج شوند و در نتیجه برای اینکه حافظه کمتر اشغال شود، این شیوه نمایش انتخاب شده است. در ساختار پیشنهادی، هر ژن از کروموزوم جمعیت نشان‌دهنده یکی از متغیرهای مستقل مسئله است؛ بنابراین، هر کروموزوم از سه بیت تشکیل شده است که متغیرهای C, m, n را نشان می‌دهد و متغیرهای np و t3 بعد از مشخص شدن این سه متغیر و با استفاده از الگوریتم راوو و همکاران [۱۷] که در بخش قبل توضیح داده شد، به‌ازای هر کروموزوم به دست می‌آید.

انتخاب کروموزوم

در مرحله انتخاب، یک جفت از کروموزوم‌های منتخب با هم ترکیب می‌شوند. عملگر انتخاب رابط بین دو نسل است و بعضی از اعضای نسل کنونی را به نسل آینده منتقل

جهش

تعریف کرد، اما در این تحقیق تعداد تکرار مشخص به عنوان معیار خاتمه تعریف شده است.

مدل ارائه شده در رابطه ۵۵، یک مدل با هدف بیشینه سازی است؛ بنابراین، با ضرب تابع هدف در منفی، مسئله را به مسئله کمینه سازی تبدیل می کنیم، سپس الگوریتم پیشنهادی برای مسئله کمینه سازی اجرا می شود.

مثال عددی

از مثال های کاربردی مدل پیشنهادی می توان به کاربرد آن در زنجیره تأمین مواد غذایی مانند صنعت رب گوجه فرنگی _ بذر گوجه فرنگی به عنوان اقلام بهبودپذیر، گوجه فرنگی به عنوان مواد خام و رب گوجه فرنگی به عنوان محصول نهایی_ اشاره کرد. به منظور نشان دادن کاربرد مدل پیشنهادی و تعیین پارامترهای الگوریتم ژنتیک، در ادامه دو مثال عددی آورده می شود.

الف) داده های ورودی این مثال از پژوهش یو و همکاران [۱۷] و ماندال و همکاران [۱۵] گرفته شده است و برخی از داده ها نیز تصادفی اند. واحد زمان ماه و واحد هزینه دلار فرض شده است.

پس از تقاطع، کروموزومها در مرحله عملگر جهش قرار می گیرند. این عملگر امکان جست و جو در فضا های دست نخورده مسئله را فراهم می کند. در این تحقیق، به دلیل حقیقی بودن خاصیت ژن ها، عملگر جهش به صورت تابع توزیع نرمال تعریف می شود:

$$X_i^{new} \sim N(X_i, \sigma^2) \Rightarrow$$

$$X_i^{new} = X_i + \sigma N(0,1)$$

ایجاد نسل بعدی

در پایان هر تکرار، جمعیت جهش یافتگان و جمعیت فرزندان حاصل از تقاطع به جمعیت اصلی افزوده می شوند. با توجه به اینکه اندازه جمعیت در تمام نسل ها باید ثابت بماند، پس از مرتب سازی، اعضای برتر انتخاب می شوند و به نسل بعدی منتقل می شوند و مابقی از جمعیت حذف می شوند.

شرایط خاتمه

برای خاتمه جست و جو، معیارهای مختلفی را می توان

جدول ۲. داده های ورودی مثال الف

پارامتر	مقدار
b	۳
D_i	۲۰۰۰
P	۶۰۰۰
hr_i	۶
G	۱
$h v_w$	۸
$h v_p$	۴
C_a	۴۰۰
S	۱۰۰۰
O_i	۱۰۰۰
A	۵۰۰۰
θ	۰/۰۲
β	۰/۰۳
p_i	۳۰
P_v	۲۰
f_w	۱۵
N	۱۰

یو و همکاران

پارامتر	مقدار
E_i	۲
$E v_p$	۲
$E v_w$	۳
$E s_w$	۳
$E s_p$	۳
$H s_w$	۸
$H s_p$	۸
K	۲۰۰۰
R	۹۰۰۰۰
C_p	۱۰
C_θ	۱۰۰۰
C_a	۵
M'	۱۰

تصادفی

پارامتر	مقدار
T_1	۳/۲
μ	۰/۰۶
δ	۰/۰۸
γ	۰/۰۸

ماندال و همکاران

[۱۹]. برای هر یک از عامل‌های ورودی (میزان تقاطع و میزان جهش) با سعی و خطا سه سطح انتخاب شده است. براساس جدول تاگوچی، با داشتن سه عامل در سه سطح، از طرح L27 استفاده می‌کنیم. بهترین نتیجه برای میزان تقاطع ۰/۴ و میزان جهش ۰/۰۳ و جمعیت ۱۵۰ کروموزوم حاصل می‌شود.

ب) در این مثال از داده‌های واقعی جهاد کشاورزی شهرستان یزد برای تولید رب گوجه‌فرنگی استفاده شده است. واحد زمان ماه و واحد هزینه تومان فرض شده است. برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک از روش تاگوچی استفاده شده است. هدف نهایی روش تاگوچی یافتن ترکیب بهینه مقدار عامل‌های قابل کنترل است

جدول ۳. داده‌های ورودی مثال ب

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
b	۴	E_i	۲۰	T_1	۱/۵
D_i	۱۰۰۰	EV_p	۲۰	μ	۰/۰۲
P	۶۰۰۰۰	EV_w	۱۵	δ	۰/۵
hr_i	۶۰	ES_w	۱۵	γ	۰/۵
G	۲	ES_p	۱۰		
hV_w	۸۰	HS_w	۸۰		
hV_p	۶۰	HS_p	۸۰		
C_a	۴۰۰	K	۲۰۰۰		
S	۱۰۰۰	R	۲۰۰۰۰۰		
O_i	۱۰۰۰	C_p	۱۴۰		
A	۳۰۰۰	C_o	۳۰۰۰		
θ	۰/۰۱	C_a	۴۰		
β	۰/۰۳	M'	۱۰		
p_i	۴۵۰۰				
P_v	۳۶۰۰				
f_w	۱۵				
N	۱۰				

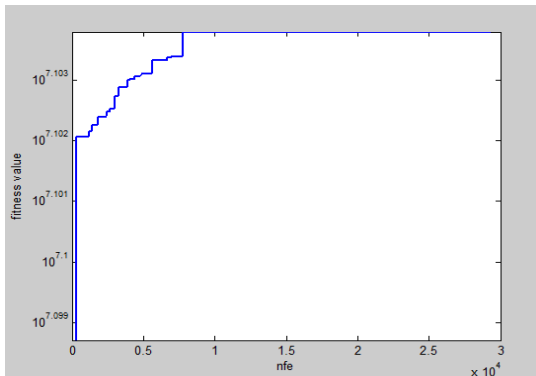
جدول ۴. سطوح انتخابی ورودی الگوریتم ژنتیک

سطح	سطح		
	۱	۲	۳
پارامتر			
میزان تقاطع (A)	۰/۲	۰/۴	۰/۷
میزان جهش (B)	۰/۰۳	۰/۱	۰/۵
جمعیت اولیه	۵۰	۱۰۰	۱۵۰

جدول ۵. جواب‌های حاصل از GA برای دو مثال الف و ب

متغیر	HTP	C	N	m	n_p	CPU time
مثال الف	۲۱۳۲۵/۸۸۱۲	۱/۳۱۳۲	۲	۱	۱	۰/۰۳
مثال ب	۱۲۶۹۹۶۶۹/۷۷	۰/۳۸۳۶	۲	۱	۱	۰/۰۴

شده است. این نتایج در شکل ۶ به تصویر کشیده می‌شود.

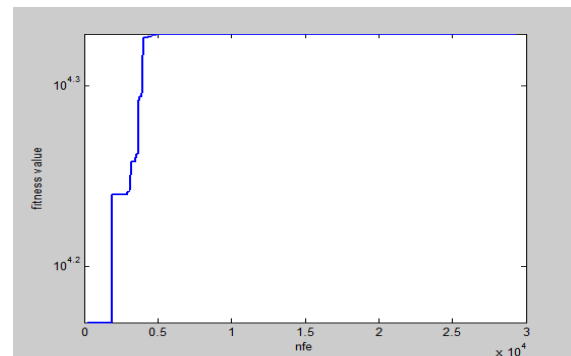


شکل ۶. مسیر همگرایی مثال ب به جواب بهینه برحسب NFE

به منظور بررسی کارایی الگوریتم ژنتیک، پنج مثال دیگر به صورت تصادفی تولید شدند که با استفاده از الگوریتم GA و همچنین مدل‌سازی توسط نرم‌افزار GAMS 22.2 و با استفاده از حل‌کننده BARON انجام گرفته‌اند. نتایج دو روش و زمان‌های حل آن‌ها در جدول ۶ با یکدیگر مقایسه می‌شوند. همان‌طور که در نتایج مشاهده می‌شود، الگوریتم ژنتیک از لحاظ مقدار تابع هدف و از نظر زمان حل نسبت به GAMS برتری دارد.

با توجه به وابسته بودن سایر متغیرهای مسئله به متغیرهای مستقل، می‌توان مقادیر سایر متغیرها را نیز به دست آورد.

در شکل ۵، میزان همگرایی مثال الف به جواب بهینه در فرایند حل GA آورده شده است. در این مثال، ۲۹۳۷۰ بار تابع هدف محاسبه شده است و مسئله بعد از پنج هزار بار فراخوانی به جواب بهینه رسیده است.



شکل ۵. مسیر همگرایی مثال الف به جواب بهینه برحسب NFE

پس از اجرای برنامه، نتایج نشان می‌دهد مثال ب پس از ۱۱۴۸۵ بار فراخوانی تابع هدف به جواب بهینه همگرا

جدول ۶. مقایسه نتایج الگوریتم GA و مدل‌سازی با GAMS

مثال	GA HTP	GAMS HTP	GA CPU time	GAMS CPU time	Δ HTP%
۱	۱۲۶۹۹۹۶۶۶/۱	۱۱۷۸۵۵۸۰/۱	۰/۰۴	۲/۵۳	۷/۷۶
۲	۵۷۹۷۸۲۱/۹۳	۴۹۰۱۸۴۶/۲۳	۰/۰۴	۲/۲۶	۱۸/۲۸
۳	۳۷۹۷۹۷۹۰/۷۳	۳۱۵۴۹۵۸۴/۳۶	۰/۰۴	۲/۰۴	۲۰/۳۸
۴	۸۸۴۲۴۲۶/۵۴	۷۹۹۵۶۸۷/۱۲	۰/۰۵	۲/۵۶	۱۰/۵۹
۵	۳۰۵۷۷۴۶۳/۶۷	۲۶۳۵۹۹۱۱/۰۲	۰/۰۵	۲/۵۸	۱۶/۰۰

موجودی از جمله فساد و بهبود سنجیده شود. از دیگر عوامل احتمالی تأثیرگذار بر مدل پیشنهادی، تعداد خرده‌فروشان موجود در زنجیره تأمین است که در بخش دوم تحلیل حساسیت به این موضوع پرداخته می‌شود. نتایج در جدول‌های ۷ و ۸ می‌آید.

تحلیل حساسیت

با توجه به حساسیت مدل‌های کنترل موجودی به میزان تغییرهای موجودی و به دلیل تأثیر آن بر هزینه و سود زنجیره تأمین، در این تحقیق سعی شده است تا میزان حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به میزان تغییرهای

جدول ۷. تحلیل حساسیت نسبت به پارامترهای فساد و بهبود

		درصد تغییر در پارامتر نسبت به مقادیر اولیه			
پارامتر		-۵۰	۰	+۵۰	
مثال الف	θ	HTP'/HTP	۱/۰۰۰۰۶	۱	۰/۹۹۷۶۵
		C'/C	۱/۰۱۰۱۷	۱	۰/۹۹۰۰۹
	β	HTP'/HTP	۱/۰۰۰۰۲	۱	۰/۹۹۹۹۸
		C'/C	۱/۰۰۳۳۹	۱	۰/۹۹۷۹۱
	μ	HTP'/HTP	۱/۰۰۰۴۲	۱	۰/۹۹۹۵۷
		C'/C	۱/۰۰۰۵۲	۱	۰/۹۹۹۴۸
	δ	HTP'/HTP	۰/۹۹۹۲۴	۱	۱/۰۰۱۱۶
		C'/C	۰/۹۴۷۸۶	۱	۱/۰۵۷۳۵
	γ	HTP'/HTP	۰/۹۹۹۴۷	۱	۱/۰۰۳۱۴
		C'/C	۱/۰۹۶۷۱	۱	۰/۹۴۱۶۱
مثال ب	θ	HTP'/HTP	۱/۰۰۱۲۰	۱	۰/۹۸۲۱۱
		C'/C	۱/۱۰۹۱۰	۱	۰/۹۸۰۰۱
	β	HTP'/HTP	۱/۱۰۰۰۲	۱	۰/۹۹۰۰۳
		C'/C	۱/۰۴۵۹	۱	۰/۹۸۹۹۶
	μ	HTP'/HTP	۱/۵۰۰۴۲	۱	۰/۹۹۳۶۷
		C'/C	۱/۱۰۰۶۱	۱	۰/۹۶۸۲۳
	δ	HTP'/HTP	۰/۸۹۱۹۶	۱	۱/۰۰۰۹۲
		C'/C	۰/۸۴۹۹۱	۱	۱/۲۰۰۰۱
	γ	HTP'/HTP	۰/۹۸۷۴۳	۱	۱/۰۴۵۹
		C'/C	۱/۱۱۹۶۷	۱	۰/۸۹۵۱۹

به عبارتی میزان تولید مورد نظر فقط پاسخگوی پنجاه خرده فروش است و پس از آن مدل غیرموجه می شود. ۲. با افزایش تعداد خرده فروشان، دفعات تجدید محصول نهایی و مواد خام نیز افزایش می یابد.

جدول ۸. تحلیل حساسیت نسبت به تعداد خرده فروشان بر اساس میانگین میانگین نسبت های حاصل از مثال الف و ب

خرده فروشان	HTP'/HTP	C'/C
۱	۰/۳۴۱۲۰۱	۱/۶۶۵۱
۲	۰/۶۶۹۸۲	۱/۲۰۱۲۵
۳	۱	۱
...
۸	۲/۷۱۰۰۱۲	۰/۶۲۵۱۸
۹	۳/۰۰۸۲۶۴	۰/۶۳۱۲۵
۱۰	۳/۳۴۵۸۹۱	۰/۵۶۲۱۱
...
۵۱	۵/۵۸۹۱۲	۰/۳۷۸۲۱
۵۲	۵/۴۸۲۳۶۴	۰/۳۸۹۵۴

با توجه به جدول ۷ می توان نتیجه گرفت:

- با افزایش میزان فساد (اقلام بهبودپذیر، مواد خام و محصول نهایی) سود کل کاهش می یابد. میزان تغییر سود کل از میزان تغییر فسادپذیری کمتر است. این نتیجه، اهمیت وجود سیستم کنترل موجودی مناسب برای اقلام فسادپذیر را نشان می دهد. ۲. با افزایش پارامترهای بهبود (γ و δ) و به عبارتی افزایش میزان بهبود، سود کل افزایش می یابد. ۳. با افزایش میزان فساد، سیکل مشترک تجدید VMI کاهش می یابد و این به دلیل مهم بودن تازگی اقلام فسادپذیر برای خرده فروشان است. ۴. با افزایش پارامتر قیاس بهبود (δ)، سیکل مشترک تجدید نیز افزایش می یابد که دلیل آن افزایش موجودی بهبودپذیر است، ولی با افزایش پارامتر شکل بهبود (γ)، سیکل مشترک کاهش می یابد.

در جدول ۸، میانگین نسبت های حاصل از مثال الف و ب به دست آمده است. همان طور که مشاهده می شود:

- با افزایش تعداد خرده فروشان سود افزایش می یابد، اما این روند افزایشی تا پنجاه خرده فروش ادامه دارد؛

نتیجه گیری

در این پژوهش، یک مدل موجودی یکپارچه شده به کمک رویکرد سیکل مشترک VMI برای اقلام فسادپذیر و بهبودپذیر در یک زنجیره تأمین سه سطحی ارائه شد. حل تحلیلی مدل به علت پیچیدگی روابط امکان پذیر نبود؛ بنابراین، مدل به صورت عددی حل شد. برای حل از الگوریتم ژنتیک استفاده شد که از روش های حل فراابتکاری است. نتایج حل مدل نشان می دهد: ۱. افزایش میزان فساد هر یک از اقلام فسادپذیر (θ, β, μ) در طول زنجیره تأمین موجب کاهش سیکل تجدید موجودی خرده فروشان می شود که بر این اساس اهمیت تازگی اقلام فسادپذیر برای هر یک از سطوح زنجیره تأمین تأیید می شود. علاوه بر این، افزایش این میزان سبب می شود تا

به دلیل افزایش هزینه فساد و افزایش تعداد دفعات تجدید، سود کل زنجیره کاهش یابد. ۲. با افزایش پارامتر قیاس بهبود (δ) و به عبارتی افزایش تعداد دفعات تجدید موجودی محصول نهایی، سیکل مشترک تجدید کاهش می یابد، زیرا با افزایش تعداد موجودی بهبود یافته در واحد زمان، موجودی مواد خام نیز افزایش می یابد؛ بنابراین برای جلوگیری از فسادپذیری، سیکل های تجدید موجودی باید کاهش یابد. ۳. با افزایش تعداد خرده فروشان تا پنجاه خرده فروش، سود کل شیب افزایشی دیده می شود، اما پس از آن سود کاهش می یابد که علت آن را می توان پاسخگو نبودن میزان تولید محصول برای تأمین تقاضای خرده فروش دانست.

مراجع

- Goyal, S.K. (1976). "An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem." *International Journal of Production Research*, PP. 107-111.
- Rau, H., Wu, M.Y. and Wee, H.M. (2003). "Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment." *Int. J. Production Economics*, No. 86, PP. 155-168.
- Li, L.F. and Huang, P.Q. (2005). "Study of production-inventory cooperation for deteriorating items on supply chain." *Journal of Shanghai Jiaotong University*, Vol. 39, No. 3, PP. 464-467.
- Yang, P.C. and Wee, H.M. (2003). "An integrated multi-lot-size production inventory model for deteriorating item." *Computers & Operations Research*, No. 30, PP. 671-682.
- Shah, N.H., Gor, A. S. and Jhaveri, C. (2011). "An integrated inventory policy with deterioration single vendor and multiple buyers in supply chain when demand is quadratic." *Revista investigacion operacional*, Vol. 32, No.2, PP. 93-106.
- Magee, J. F. (1958). "Production planning and inventory control." New York, Ny, USA: McGraw-Hill book Company.
- Clark, A.J. and Scarf, H. (1960). "Optimal policies for a multi echelon inventory problem." *Management Science*, No.6, PP. 475-490.
- Whitin, T. M. (1957). "Theory of inventory management." Princeton University Press, PP.62-72.
- Ghare, P. M. and Schrader, G. P. (1963). "A model for an exponentially decaying inventory." *International Journal of Production Research*, Vol. 21, PP. 449-460.
- Covert, R. P. and Philip, G. C. (1973). "An EOQ model for items with weibull distribution deterioration." *AIIE Trans.*, PP.159-162.
- Tadikamalla, P. R. (1978). "An EOQ model for items with gamma distributed deterioration." *AIIE Trans.*, 100-103.
- Yan Chou, S., Chouhuang, W.T., Lin, J.S.J. and Chu., P. (2008). "An analytic solution approach for the economic order quantity model with Weibull ameliorating items." *Mathematical and Computer Modeling*, No. 48, PP. 1868-1874.
- Hwang, H.S. (1997). "A study on an inventory model for items with Weibull ameliorating." *Computers and Industrial Engineering*, No. 33, PP. 701-704.

14. Hwang, H.S. (1999). "Inventory models for both deteriorating and ameliorating items." *Computers and Industrial Engineering*, No. 37, PP. 257–260.
15. Mondal, B., Bhunia, A.K. and Maiti, M. (2003). "An inventory system of ameliorating items for price dependent demand rate." *Computers and Industrial Engineering*, No. 45, PP. 443–456.
16. Yu, Y., Huang, G.Q., Hong, Z. and Zhang, X. (2011). "An integrated pricing and deteriorating model and a hybrid algorithm for a VMI supply chain." *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 8, No. 4, PP. 673–682.
17. Yu, Y., Wang, Zh. and Liang, L. (2012). "A vendor managed inventory supply chain with deteriorating raw materials and products." *Int. J. Production Economics*, No. 136, PP. 266–274.
18. Law, S.T. and Wee, H.M. (2006). "An integrated production-inventory model for ameliorating and deteriorating items taking account of time discounting." *Mathematical and Computer Modelling*, No. 43, PP. 673–685.
19. Taguchi, G. (1986). *Introduction to quality engineering: designing quality into products and processes*.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Vendor Managed Inventory(VMI)
 2. Economic Order Quantity
 3. Last Input First Output
 4. First Input First Output
-