اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک با تأثیر فاصلهٔ گزینه‌ها برای ارزیابی و رتبه‌بندی گزینه‌ها

محمدعلی کرامتی[۱*]، محمد احسانی‌فر[۲]، زهرا رضائی[۳]

۱. استادیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک

۲. استادیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک

۳. کارشناس ارشد دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک

(تاریخ دریافت ۹۴/۰۲/۱۳ ـ تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۴/۰۷/۱۲ ـ تاریخ تصویب ۹۴/۰۷/۲۸)

چکیده

در این پژوهش، روشی برای منظورکردن عملکرد گزینه‌ها در رتبه‌بندی نهایی آن‌ها در روش تخصیص خطی ارائه شده است. روش تخصیص خطی یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است که در آن وزن معیارها در رتبه‌بندی گزینه‌ها منظور می‌شود و فاصلهٔ عملکرد گزینه‌ها تأثیری بر رتبه‌بندی گزینه‌ها ندارد. برای اصلاح روش تخصیص خطی با هدف تأثیردادن فاصلهٔ عملکرد گزینه‌ها، ابتدا بازه‌هایی تعریف شده و سپس هر گزینه برحسب تعلق به هریک از بازه‌ها رتبه‌بندی اولیه شده است. در رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها، تعلق هر گزینه به هریک از بازه‌های تعریف‌شده، ملاک رتبه‌بندی قرار گرفته است. به‌این‌ترتیب، نه‌تنها وزن معیارها، بلکه فاصلهٔ عملکرد گزینه‌ها نیز در رتبه‌بندی مؤثر واقع شده است. نتایج مدل اصلاح‌شده با روش تاپسیس به‌عنوان یکی از متداول‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره مقایسه شده است و نتایج بیانگر سازگاری بیشتر مدل اصلاح‌شده با روش تاپسیس است.

واژه‌های کلیدی: تصمیم‌گیری چندشاخصه، روش تخصیص خطی، سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر.

مقدمه

در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره گزینه‌هایی وجود دارد که باید براساس مجموعهٔ معیارهای معینی ارزیابی و رتبه‌بندی شوند. مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره معمولاً با ماتریس زیر، موسوم به ماتریس تصمیم، نشان داده می‌شود:

(۱)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{array} \\ D = \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{22} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

در ماتریس تصمیم ۱

$A=\{A_i \;/\; 1\leq i \leq m\}$ مجموعهٔ گزینه‌ها؛

$X=\{ X_j \;/\; 1\leq j\leq n \}$ مجموعهٔ معیارها و x_{ij} عملکرد (امتیاز) گزینهٔ iام از لحاظ معیار jام را نشان می‌دهند. برای بیان اهمیت نسبی معیارها، به معیار jام وزن $w_j \geq 0$ با شرط $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ نسبت داده می‌شود. هدف از تجزیه و تحلیل مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره، رتبه‌بندی و انتخاب بهترین گزینه از بین مجموعه گزینه‌ها برحسب عملکرد هر گزینه برحسب تمام معیارهاست [۱، ۲، ۳].

برای تجزیه و تحلیل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره، روش‌های متعدد و متنوعی توسعه یافته‌اند و به‌کار گرفته شده‌اند. همهٔ این روش‌ها شامل سه مرحلهٔ زیر است:

۱. تعیین مجموعهٔ معیارها و گزینه‌ها؛
۲. تعیین وزن عددی برای معیارها و عملکرد (امتیاز) هریک از گزینه‌ها از لحاظ هر معیار؛
۳. پردازش مقادیر عددی عملکردها و وزن‌ها برای تعیین رتبهٔ هریک از گزینه‌ها [۴].

برای مرحلهٔ ۳ روش‌های فراوانی معرفی شده است، به‌نحوی‌که دسته‌بندی این روش‌ها از جمله موضوعات

* نویسندهٔ مسئول: تلفن: ۰۸۶۳۴۱۲۱۳۱ فکس: ۰۸۶۳۴۱۳۰۰۲۵ Email: mohammadalikeramati@yahoo.com

پژوهشی مورد علاقهٔ شماری از پژوهشگران این زمینه به‌شمار می‌رود. برای مرور و مقایسهٔ روش‌های مختلف تصمیم‌گیری چندمعیاره می‌توان به منابع [۵، ۶، ۷] رجوع کرد.

در روش تخصیص خطی، گزینه‌های مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره بر مبنای عملکرد هر گزینه برحسب هریک از معیارها رتبه‌بندی می‌شود و درنهایت رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها از طریق فرایند جبرانی خطی[1] برای ترکیب و تعامل معیارها به‌دست می‌آید. در فرایند جبران خطی فقط داده‌های اُردینال به‌عنوان داده‌های ورودی استفاده می‌شوند؛ بنابراین، به تبدیل داده‌های کیفی به کمی یا نرمال‌سازی داده‌ها نیازی نیست [۳].

روش تخصیص خطی ابتدا به‌عنوان یک مدل برنامه‌ریزی برای انتخاب برند توسط مصرف‌کننده معرفی شده است [۸].

مدل تخصیص خطی یک مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک است و به‌طور گسترده در حل مسائل تخصیص به‌کار برده می‌شود. درکل، مسئلهٔ تخصیص به‌عنوان موردی خاص از مسئلهٔ حمل‌ونقل درنظر گرفته می‌شود و به‌صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح صفر و یک فرموله می‌شود [۹-۱۱].

کارکرد اصلی مسئلهٔ تخصیص استاندارد، حل بهینهٔ مسئلهٔ اختصاص n شغل به n فرد است، به‌طوری‌که کمینهٔ هزینه یا بیشینهٔ سود حاصل شود. کاربردهای مدل تخصیص خطی در این زمینه در منابع [۱۲- ۱۶] مشاهده می‌شود.

الگوریتم‌های متنوعی شامل برنامه‌ریزی خطی برای حل مسئلهٔ تخصیص خطی توسعه یافته‌اند و به‌کار گرفته شده‌اند [۱۷- ۲۳].

مدل تخصیص خطی از اساس برای حل بهینهٔ مسئلهٔ اختصاص n شغل (ماشین) به n فرد (کار) به‌وجود آمده است، اما به‌عنوان یکی از روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره نیز استفاده شده است و کاربردهای متعددی از آن گزارش شده است؛ به‌عبارت دیگر، مدل تخصیص خطی برای رتبه‌بندی m گزینهٔ موجود در یک مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره به‌کار برده شده است. در این کاربرد، m رتبه و m گزینه وجود دارد؛ بنابراین، مسئله عبارت است از یافتن iامین گزینه برای هریک از m رتبهٔ ممکن که بیشترین اثر را برای آن رتبه داشته باشد. درضمن، هر رتبه باید فقط به یک گزینه تخصیص داده شود و هر گزینه نیز فقط یک رتبه را احراز کند [۲۴].

از جمله کاربردهای مدل تخصیص خطی در حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره می‌توان به [۲۵ - ۳۸] اشاره کرد. در جدول ۱، مواردی از کاربرد مدل تخصیص خطی در چند زمینه فهرست شده‌اند.

جدول ۱. برخی از کاربردهای مدل تخصیص خطی

شمارهٔ پژوهش در منابع	زمینهٔ کاربرد	نکات تکمیلی هر تحقیق
۸	انتخاب برند توسط مشتری	یک مدل تخصیص خطی برای انتخاب از میان برندهای چندشاخصه توسط مشتری به‌کار برده شده است و یک رتبه‌بندی کلی برای برندها به‌دست آمده است.
۱۱	برنامه‌ریزی نیروی انسانی	کاربرد مدل تخصیص خطی با دقت شرح داده شده است، به‌ویژه نقش اساسی مدل تخصیص خطی در زمینهٔ برنامه‌ریزی نیروی انسانی در تخصیص وظایف و استخدام کارکنان جدید را بیان می‌کند.
۱۲	مدیریت خدمات شهری	از آنجاکه دردسترس‌بودن و استفاده از برف و برداشتن برف از فعالیت‌های گران‌قیمت زمستانی است؛ این تحقیق مسئلهٔ اختصاص برف‌های برداشته‌شده به مکان‌های نیازمند به برف را تحلیل می‌کند.
۱۳	زمان‌بندی تولید	در این تحقیق که یک مطالعهٔ موردی در شرکت تولید آفت‌کش‌هاست؛ یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی برای تعیین زمان‌بندی دسته‌های فرایندهای شیمیایی، اندازهٔ دسته‌ها، نوبت‌های اضافه‌کاری با هدف کمینه‌کردن هزینهٔ فرایند ارائه شده است که این مدل با تکرار حل چند مسئلهٔ تخصیص قابل حل است.
۱۴	مدیریت ترافیک	در این تحقیق روش‌های مختلف برای حل مسائل تخصیص ترافیک و مسائل تخصیص تقسیم ترافیک مقایسه شده است.
۱۵	برنامه‌ریزی آموزشی	برای تخصیص مناسب دانش‌آموزان به مدارس با هدف کمینه‌کردن فاصله‌ای که دانش‌آموزان تا مدرسه می‌پیمایند و همین‌طور کاهش مصرف سوخت از برنامه‌ریزی خطی ریاضی استفاده شده است.

ادامه جدول ۱. برخی از کاربردهای مدل تخصیص خطی

شمارهٔ پژوهش در منابع	زمینهٔ کاربرد	نکات تکمیلی هر تحقیق
۱۶	مسیریابی و زمان‌بندی هواپیماها	برای بیشینه‌کردن سود شرکت و رضایت مسافران در شرکت‌های هواپیمایی از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی از جمله روش تخصیص خطی برای برنامه‌ریزی زمان‌بندی و پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر برای هواپیماها استفاده شده است.
۱۷	دوگان مدل تخصیص	یک روش سیمپلکس دوگان برای مسئلهٔ تخصیص ارائه شده است.
۱۸	الگوریتم‌های حل مسئلهٔ تخصیص	یک الگوریتم جدید برای حل مسائل تخصیص ارائه شده است که درواقع کاراتر از روش‌های قبلی است.
۱۹	الگوریتم‌های حل مسئلهٔ تخصیص	یک الگوریتم جدید برای حل مسئلهٔ تخصیص بیان شده است که براساس حل تعدادی از مسائل حمل‌ونقل روند شبکه‌ای ساده است که امتیازات روش‌های قبلی را هم دارد.
۲۰	الگوریتم‌های حل مسئلهٔ تخصیص	اگرچه الگوریتم سیمپلکس اولیه کاراتر از الگوریتم دوگان اولیه برای مسائل عمومی کمینه‌کردن هزینه است؛ در این تحقیق با کمی توسعه در الگوریتم دوگان اولیه، این الگوریتم کاراتر می‌شود.
۲۶	مدل تخصیص فازی	در این تحقیق از ۱۵ صادرکننده خواسته شد ۱۸ برنامهٔ ارتقای صادرات را براساس تأثیر آن‌ها بر روند صادرات رتبه‌بندی کنند. با توجه به ابهام در تعدادی از رتبه‌بندی‌ها، استفاده از روش تخصیص خطی فازی برای اولویت‌بندی برنامه‌ها ترجیح داده شده است.
۲۷	ارزیابی توان رقابتی شرکت‌ها	برای ارزیابی توان رقابتی شرکت‌ها از روش تخصیص خطی برای رتبه‌بندی نهایی استفاده شده است.
۲۸	انتخاب خط مشی بهینهٔ نگهداری	با توجه به تأثیر نگهداری در کاهش هزینه‌ها، این تحقیق، کاربردی از روش تخصیص خطی و روش تخصیص خطی فازی را برای انتخاب بهینهٔ راهبرد نگهداری بیان می‌کند.
۲۹	مدیریت آموزشی	با توجه به اهمیت جدول ساعات امتحانات برای دانش‌آموزان، این تحقیق برای تعیین دروس سخت‌تر که به مطالعهٔ بیشتری نیاز دارند، از روش تخصیص خطی برای رتبه‌بندی دروس استفاده کرده است.
۳۰	رتبه‌بندی عوامل ریسک	با توجه به اهمیت پروژه‌های راه‌سازی، در این تحقیق پس از تعیین عوامل ریسک؛ از روش تخصیص خطی برای رتبه‌بندی عوامل ریسک در پروژه‌های راه‌سازی استفاده شده است.
۳۱	مدیریت خدمات شهری	برای توزیع کیفی و کمی مناسب ایستگاه‌های آتش‌نشانی، برای تخصیص مکان‌ها به ایستگاه‌های آتش‌نشانی از روش تخصیص خطی استفاده شده است.
۳۲	بهینه‌سازی ازدواج	پس از تعریف شاخص‌های ازدواج، از روش تخصیص خطی برای تخصیص زوج‌ها به یکدیگر استفاده شده است.
۳۳	پردازش داده‌های فازی گروهی	با توجه به داده‌های دنیای واقعی که قطعی نیستند، روش تخصیص خطی فازی برای رتبه‌بندی گزینه‌های منتخب استفاده شده است.
۳۴	مدل تخصیص خطی فازی نوع ۲	تئوری مجموعه‌های فازی نوع ۲ برای مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده شده است.
۳۵	طبقه‌بندی	برای حل مسئلهٔ تخصیص، چگونگی استفاده از الگوریتم تخصیص خطی برای طبقه‌بندی بیان شده است.
۳۷	انتخاب سبد سهام	انتخاب سهام برای سرمایه‌گذاری، با توجه به شاخص‌های معینی، با به‌کارگیری روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه بیان شده است.
۳۸	مدیریت سبد سهام و مالی	برای تخصیص سرمایه و انتخاب سهام مناسب، روش تخصیص خطی برای رتبه‌بندی ۱۸ شرکت از بازار بورس تهران به‌کار گرفته شده است.
۲۵	خدمات شهری	کاربرد تصمیم‌گیری چندشاخصه در انتخاب طرح‌های تأمین آب شهری، با مقایسهٔ نتایج رتبه‌بندی به روش تاپسیس و روش تخصیص خطی معرفی شده است.

انتظار می‌رود در فرایند حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره دو دسته از داده‌ها بر رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها مؤثر باشند؛ یکی امتیاز یا عملکرد هر گزینه برحسب هریک از معیارها و دیگر وزن معیارها. اما در مدل تخصیص خطی فقط تفاوت عملکرد دو گزینه از لحاظ یک معیار خاص در رتبه‌ای که به آن گزینه تخصیص می‌یابد، مؤثر واقع می‌شود و نه اندازهٔ تفاوت دو گزینه از لحاظ معیار مورد نظر. هدف این پژوهش توسعهٔ مدل تخصیص خطی است، به‌طوری‌که نه‌تنها تفاوت عملکرد هر زوج از گزینه‌ها، بلکه اندازهٔ تفاوت نیز بر فرایند تجزیه و تحلیل مسئله و رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها مؤثر باشد.

باقی بخش‌های پژوهش به‌این‌ترتیب تنظیم شده‌اند: ابتدا مدل تخصیص خطی معرفی و کاستی آن توضیح داده می‌شود. سپس الگوریتم پیشنهادی برای منظورکردن اندازهٔ تفاوت هر زوج از گزینه‌ها از لحاظ هریک از معیارها بیان می‌شود. درادامه، الگوریتم پیشنهادی برای یک مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره معرفی و به‌کار گرفته می‌شود. همچنین با استفاده از ضریب همبستگی رتبه‌ای، مقایسهٔ نتایج الگوریتم پیشنهادی با روش تاپسیس صورت می‌گیرد و درنهایت ضمن بیان نتایج، پیشنهادهایی برای ادامهٔ پژوهش ارائه می‌شود.

مدل تخصیص خطی

در روش تخصیص خطی، گزینه‌های یک مسئلهٔ تصمیم‌گیری چندمعیاره بر مبنای امتیاز آن‌ها از لحاظ هر معیار رتبه‌بندی می‌شود و رتبهٔ نهایی هر گزینه با یک فرایند جبرانی خطی که ترکیب و تعامل معیارها را امکان‌پذیر می‌سازد، به‌دست می‌آید. از آنجاکه فقط تفاوت عملکرد هر زوج از گزینه‌ها از لحاظ معیارهای تصمیم‌گیری مد نظر قرار می‌گیرد، به تبدیل داده‌های کیفی به کمی و نیز نرمال‌سازی داده‌ها نیازی نیست [۲۴]. الگوریتم مدل تخصیص خطی به‌صورت زیر است:

گام ۱. تشکیل ماتریس تصمیم و تعیین وزن هریک از معیارها.

گام ۲. مشخص‌کردن رتبهٔ هر گزینه برحسب هریک از n شاخص موجود.

گام ۳. تشکیل ماتریس مرجع $\Lambda_{m\times m}$ با عناصر غیرمنفی به‌نحوی‌که هر عنصر از ماتریس مرجع از رابطهٔ ۲ به‌دست می‌آید.

$$= \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{k} \,.\, w_j \;\lambda_{\text{ik}} \qquad (۲)$$

در رابطهٔ ۲ اگر iامین گزینه از لحاظ معیار jام در رتبهٔ kام قرار بگیرد، آنگاه $x_{ij}^{k}=1$ و در غیر این‌صورت $x_{ij}^{k}=0$ است. عنصر λ_{ik} از ماتریس مرجع $\Lambda_{m\times m}$ نشان‌دهندهٔ ارزش یا شایستگی گزینهٔ A_i برای تخصیص به رتبهٔ نهایی kام است؛ بنابراین، تخصیص گزینهٔ A_i به رتبهٔ kام باید به‌نحوی انجام گیرد که کل ارزش تخصیص گزینه‌ها به رتبه‌ها بیشینه شود.

گام ۴. محاسبهٔ رتبهٔ نهایی برای هریک از گزینه‌ها: با درنظرگرفتن λ_{ik} به‌مثابهٔ ارزش گزینهٔ A_i برای تخصیص به رتبهٔ kام مسئله عبارت است از پیداکردن A_i برای رتبهٔ kام($k=1,\ldots,m$) به‌نحوی‌که بیشترین ارزش را برای آن رتبه داشته باشد. به‌این‌منظور، مسئلهٔ تخصیص زیر با متغیرهای صفر- یک h_{ik} استفاده می‌شود:

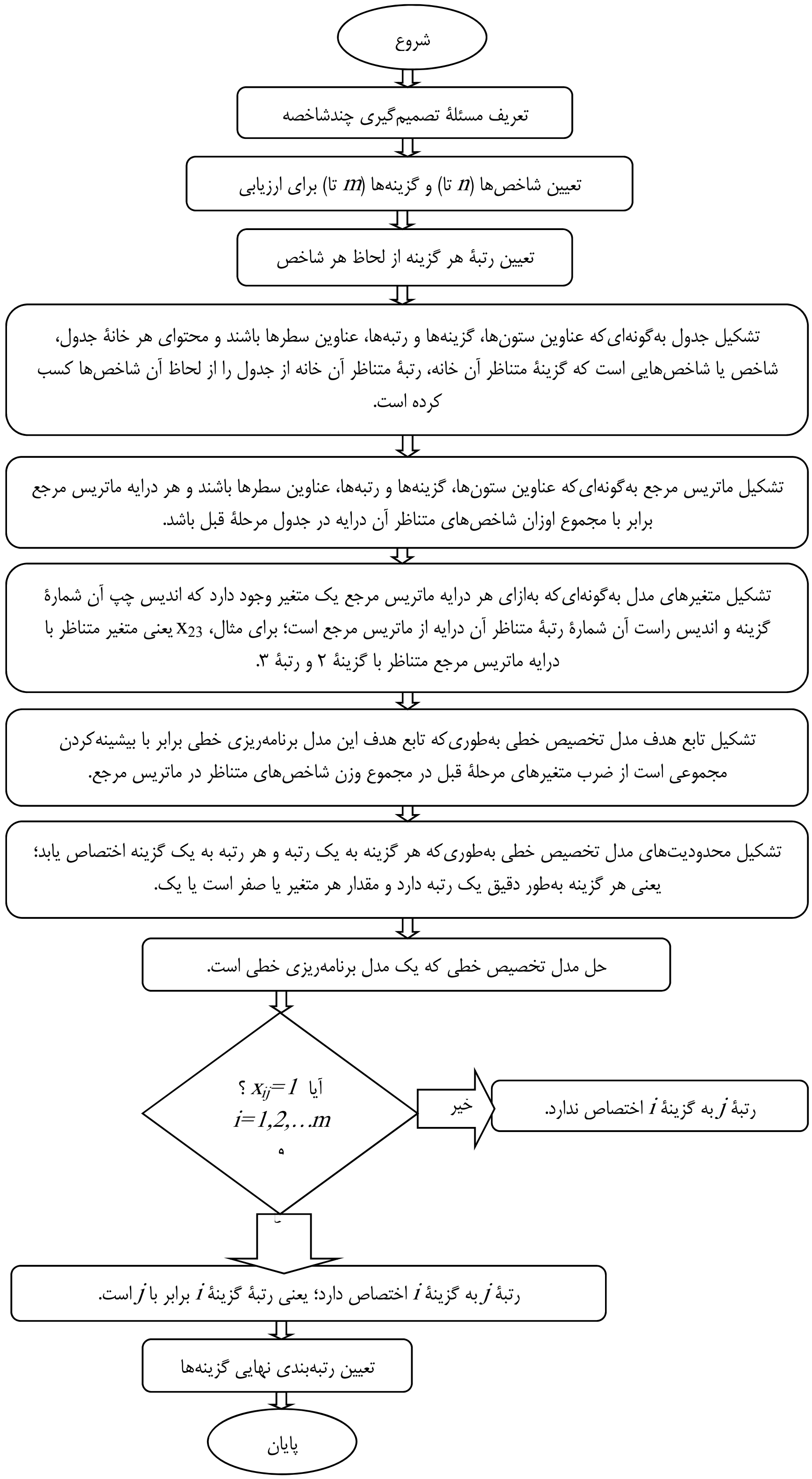
(۳)

$$\begin{aligned}
&Maximize \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} \lambda_{ik}.\,h_{ik}\\
&s.t. \quad \sum_{k=1}^{m} h_{ik}=1 \quad ; i=1,2,\ldots,m\\
&\qquad\;\; \sum_{i=1}^{m} h_{ik}=1 \quad ; k=1,2,\ldots,m
\end{aligned}$$

$$h_{ik}=\begin{cases} 1 & \text{اگر گزینه } A_i \text{ به رتبه } k \text{ تخصیص یابد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

گام ۵. رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها. اگر جواب بهینهٔ حاصل از رابطهٔ ۳ با ماتریس مربع $H_{m\times m}^{*}$ نشان داده شود، آنگاه رتبهٔ نهایی گزینه‌ها از حاصل‌ضرب $H_{m\times m}^{*} \times A_{\text{m}\times 1}$ به‌دست می‌آید ($A_{\text{m}\times 1}$ بردار ستونی گزینه‌هاست).

فلوچارت روش تخصیص خطی در شکل ۱ نشان داده می‌شود.



شکل ۱. فلوچارت روش تخصیص خطی

مثال عددی

مسئله‌ای که در این بخش استفاده می‌شود از پژوهش [۳۹] است. در این مثال، هشت گزینه وجود دارد که از لحاظ هفت معیار ارزیابی شده است. گزینه‌های هشت‌گانه، سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیرند. معیارها نیز عبارت‌اند از: کاهش هزینهٔ نیروی کار X_1، کاهش کار در جریان X_2، کاهش هزینهٔ راه‌اندازی X_3، افزایش پاسخگویی به بازار X_4، بهبود کیفیت X_5، هزینه‌های سرمایه‌ای و نگهداری X_6 و فضای مورد نیاز X_7 . در جدول ۲، عملکرد (امتیاز) هریک از گزینه‌ها به‌ازای هریک از معیارها می‌آید.

وزن شاخص‌ها با استفاده از روش آنتروپی[۹] [۲۴] محاسبه و در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۲. داده‌های کمی برای مسئلهٔ انتخاب سیستم تولید انعطاف‌پذیر (ماتریس تصمیم)

معیارها / گزینه‌ها	(RLC) (%)[۲] X_1^+	(RWP) (%)[۳] X_2^+	(RSC) (%)[۴] X_3^+	(IMR)[۵] X_4^+	(IQ)[۶] X_5^+	(CMC)[۷] ($000) X_6^-	(FSU) (ft^2)[۸] X_7^-
A_1	۳۰	۲۳	۵	۰/۷۴۵	۰/۷۴۵	۱۵۰۰	۵۰۰۰
A_2	۱۸	۱۳	۱۵	۰/۷۴۵	۰/۷۴۵	۱۳۰۰	۶۰۰۰
A_3	۱۵	۱۲	۱۰	۰/۵	۰/۵	۹۵۰	۷۰۰۰
A_4	۲۵	۲۰	۱۳	۰/۷۴۵	۰/۷۴۵	۱۲۰۰	۴۰۰۰
A_5	۱۴	۱۸	۱۴	۰/۲۵۵	۰/۷۴۵	۹۵۰	۳۵۰۰
A_6	۱۷	۱۵	۹	۰/۷۴۵	۰/۵	۱۲۵۰	۵۲۵۰
A_7	۲۳	۱۸	۲۰	۰/۵	۰/۷۴۵	۱۱۰۰	۳۰۰۰
A_8	۱۶	۸	۱۴	۰/۲۵۵	۰/۵	۱۵۰۰	۳۰۰۰

جدول ۳. وزن‌های شاخص‌ها $j=1,2,\ldots,7$ ،w_j (w_j: وزن آنتروپی)

شاخص‌ها	X_1^+	X_2^+	X_3^+	X_4^+	X_5^+	X_6^-	X_7^-
W_j	۰/۱۲۰۲۸۴	۰/۱۴۸۹۵۳	۰/۲۱۲۶۲۹	۰/۲۵۵۳۰۷	۰/۰۶۰۲۳۴	۰/۰۴۸۲۳	۰/۱۵۴۳۶۴

برای نوشتن مدل ۳ باید ماتریس مرجع $\Lambda_{m\times m}$ با عناصر غیرمنفی تشکیل شود. درایه‌های ماتریس مرجع، به‌عنوان ضرایب تابع مدل هدف استفاده می‌شوند. λ_{ik} رابطهٔ ۲ برای محاسبهٔ درایه‌های ماتریس مرجع استفاده می‌شود؛ برای مثال، رابطهٔ ۲ برای A_1 و رتبهٔ $k=1$ به قرار زیر است:

$$\lambda_{11}= \sum_{j=1}^{8} x_{1j}^{k}.w_j =1\times w_1 + 1\times w_2 + 0\times w_3 + 1\times w_4 + 1\times w_5 + 0\times w_6 + 0\times w_7 =0.583878$$

جواب بهینهٔ مدل تخصیص خطی این مثال با استفاده از نرم‌افزار *Lingo* عبارت است از:

$$h_{11}=h_{28}=h_{37}=h_{44}=h_{53}=h_{65}=h_{72}=h_{86}=1$$

و بقیهٔ متغیرها برابر با صفر است. بنابر گام ۵ از مدل تخصیص خطی، رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها عبارت است از:

$$A_1 > A_7 > A_5 > A_4 > A_6 > A_8 > A_3 > A_2$$

کاستی مدل تخصیص خطی

با توجه به رابطهٔ ۲، برای محاسبهٔ λ_{ik}ها این نکته روشن می‌شود که تنها مقادیری از w_jها هستند که به‌عنوان ضرایب تابع هدف مدل تخصیص خطی ۳ درج می‌شوند. درنتیجه، اندازهٔ تفاوت امتیاز گزینه‌ها هیچ نقشی در رتبه‌بندی نهایی آن‌ها ندارد. این نکته با مراجعه به جدول ۲ واضح‌تر نمود پیدا می‌کند. اگر معیار کاهش هزینه‌های نیروی کار درنظر گرفته شود، واضح است گزینهٔ A_1 رتبهٔ یکم را دارد، زیرا با ۳۰ درصد کاهش در هزینه‌های نیروی کار، بهترین عملکرد و بیشترین امتیاز را از لحاظ این معیار دارد. گزینهٔ A_4 نیز رتبهٔ دوم را از لحاظ همین معیار به خود اختصاص می‌دهد، زیرا ۲۵ درصد کاهش هزینه‌های نیروی

کار را در پی دارد. رتبهٔ سوم از لحاظ این معیار به A_7 اختصاص می‌یابد، زیرا ۲۳ درصد کاهش هزینه‌های نیروی کار را به‌دنبال دارد؛ بنابراین، رتبه‌های ۱ تا ۳ برای معیار کاهش هزینهٔ نیروی کار عبارت از است $A_1 > A_4 > A_7$ درحالی‌که اندازهٔ تفاوت امتیاز این سه گزینه از لحاظ این معیار عبارت است از:

$d(A_1,A_4) = x_{11}-x_{41} = 30-25=5$

$d(A_4,A_7) = x_{41}-x_{71} = 25-23=2$

به‌عبارت دیگر، درحالی‌که اندازهٔ تفاوت دو گزینهٔ A_1 و A_4 از لحاظ معیار X_1 برابر با ۵ درصد است، این دو گزینه فقط یک رتبه با هم اختلاف می‌یابند. در همین حال، اندازهٔ تفاوت دو گزینهٔ A_4 و A_7 از لحاظ معیار X_1 برابر با ۲ درصد است و باز هم این دو گزینه فقط یک رتبه با هم اختلاف دارند.

درکل، اندازهٔ تفاوت هر دو گزینه از لحاظ معیار X_j، نقش مؤثری در رتبه‌بندی موضعی و رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها در مدل تخصیص خطی ایفا نمی‌کند. درواقع، اندازهٔ تفاوت هر دو گزینه از لحاظ معیار X_j هرچه باشد در مدل تخصیص خطی منظور نمی‌شود؛ بنابراین، نقشی در رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها ایفا نمی‌کند.

برای رفع این کاستی، الگوریتمی پیشنهاد می‌شود که با تعریف بازه‌هایی، موجب تأثیر عملکرد گزینه‌ها بر رتبه‌بندی نهایی آن‌ها می‌شود. این الگوریتم درادامه معرفی و درمورد مثال مورد بحث به‌کار گرفته می‌شود.

الگوریتم پیشنهادی برای اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک

قدم اول: نرمال‌سازی (جمعی) ماتریس تصمیم؛

قدم دوم: تعیین بزرگ‌ترین عدد و کوچک‌ترین عدد در ماتریس تصمیم نرمال‌سازی‌شده؛

قدم سوم: تعریف بازه‌هایی با طول مساوی به تعداد گزینه‌های موجود، بین بزرگ‌ترین عدد و کوچک‌ترین عدد در ماتریس تصمیم نرمال‌شده؛

$$\text{طول بازه} = \frac{max\, n_{ij} - min\, n_{ij}}{m} \qquad (۴)$$

در رابطهٔ ۴ مقادیر n_{ij} نرمال‌شده x_{ij}ها هستند.

قدم چهارم: تعیین رتبهٔ هر گزینه به‌ازای هر معیار تصمیم‌گیری با توجه به اینکه هر درایه ماتریس نرمال‌شده به کدام بازه تعلق دارد. برای معیارهای از جنس سود، رتبهٔ برتر به درایه‌ای که به بازه‌ای با مرزهای بزرگ‌تر تعلق دارد، اختصاص می‌یابد و برای معیارهای از جنس هزینه، رتبهٔ برتر به درایه‌ای که به بازه‌ای با مرزهای کوچک‌تر تعلق دارد، اختصاص می‌یابد.

قدم پنجم: تشکیل ماتریس $\Lambda'_{m\times m}$ با عناصر غیرمنفی به‌نحوی‌که هر عنصر از این ماتریس از رابطهٔ ۵ به‌دست می‌آید.

$$\lambda'_{ik} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{k}.w_j \qquad (۵)$$

عنصر λ'_{ik} از ماتریس $\Lambda'_{m\times m}$ مانند تخصیص خطی کلاسیک نشان‌دهندهٔ ارزش یا شایستگی گزینهٔ A_i برای تخصیص به رتبهٔ نهایی kام است. وجه تمایز الگوریتم پیشنهادی با تخصیص خطی کلاسیک به نحوهٔ تخصیص رتبهٔ kام به گزینهٔ A_i مربوط می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی گزینهٔ A_i از لحاظ معیار jام به رتبهٔ k تخصیص می‌یابد. اگر عملکرد این گزینه در بازهٔ kام حاصل از قدم سوم قرار بگیرد؛ بنابراین، در رابطهٔ ۵ داریم:

$$x_{ij}^{k} = \begin{cases} 1 & \text{اگر عملکرد } A_i \text{ از لحاظ } X_j \text{ در بازه } k\text{ام قرار بگیرد} \\ 0 & \text{در غیر صورت} \end{cases}$$

قدم ششم: تشکیل مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده و حل آن برای به‌دست‌آوردن رتبهٔ نهایی هریک از گزینه‌ها. مدل ۶ به این منظور نوشته و حل می‌شود:

(۶)

$$Maximize \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} \lambda'_{ik}.h_{ik}$$

$$s.t. \quad \sum_{k=1}^{m} h_{ik}=1 \quad ; i=1,2,\dots,m$$

$$h_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر گزینه } A_i \text{ به رتبه } k \text{ تخصیص یابد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

قدم هفتم: محاسبهٔ رتبهٔ نهایی گزینه‌ها. اگر در مدل (۶) $h_{ik}=1$ باشد به این معنی است که رتبهٔ kام به گزینهٔ A_i تخصیص یافته است.

درادامه، مثال مورد بحث با روش تخصیص خطی اصلاح شده، مدل‌سازی و حل شده است.

جدول ۴. نرمال‌سازی ماتریس تصمیم (نرمال‌سازی جمعی)

شاخص‌ها / گزینه‌ها	X_1^+	X_2^+	X_3^+	X_4^+	X_5^+	X_6^-	X_7^-
A_1	۰/۱۸۹۸۷۳	۰/۱۸۱۱۰۲	۰/۰۵	۰/۱۶۵۹۲۴	۰/۱۴۲۵۸۴	۰/۱۵۳۸۴۶	۰/۱۳۶۰۵۴
A_2	۰/۱۱۳۹۲۴	۰/۱۰۲۳۶۲	۰/۱۵	۰/۱۶۵۹۲۴	۰/۱۴۲۵۸۴	۰/۱۳۳۳۳۳	۰/۱۶۳۲۶۵
A_3	۰/۰۹۴۹۳۷	۰/۰۹۴۴۸۸	۰/۱	۰/۱۱۱۳۵۹	۰/۰۹۵۶۹۴	۰/۰۹۷۴۳۶	۰/۱۹۰۴۷۶
A_4	۰/۱۵۸۲۲۸	۰/۱۵۷۴۸	۰/۱۳	۰/۱۶۵۹۲۴	۰/۱۴۲۵۸۴	۰/۱۲۳۰۷۷	۰/۱۰۸۸۴۴
A_5	۰/۰۸۸۶۰۸	۰/۱۴۱۷۳۲	۰/۱۴	۰/۰۵۶۷۹۳	۰/۱۴۲۵۸۴	۰/۰۹۷۴۳۶	۰/۰۹۵۲۳۸
A_6	۰/۱۰۷۵۹۵	۰/۱۱۸۱۱	۰/۰۹	۰/۱۶۵۹۲۴	۰/۰۹۵۶۹۴	۰/۱۲۸۲۰۵	۰/۱۴۲۸۵۷
A_7	۰/۱۴۵۵۷	۰/۱۴۱۷۳۲	۰/۲	۰/۱۱۱۳۵۹	۰/۱۴۲۵۸۴	۰/۱۱۲۸۲۱	۰/۰۸۱۶۳۳
A_8	۰/۱۰۱۲۶۶	۰/۰۶۲۹۹۲	۰/۱۴	۰/۰۵۶۷۹۳	۰/۰۹۵۶۹۴	۰/۱۵۳۸۴۶	۰/۰۸۱۶۳۳

حل مسئله با روش تخصیص خطی اصلاح‌شده

قدم اول: نرمال‌سازی ماتریس تصمیم‌گیری که در جدول ۴ آمده است.

قدم دوم: کوچک‌ترین عنصر ماتریس تصمیم نرمال ۰/۰۵ و بزرگ‌ترین عنصر آن ۰/۲ است.

قدم سوم: تعریف بازه‌هایی با طول مساوی برابر با گزینه‌های موجود یعنی ۸ بازه بین بزرگ‌ترین عدد و کوچک‌ترین عدد در ماتریس تصمیم نرمال‌شده؛

طول بازه = (۰/۲-۰/۰۵) /۸ =۰/۰۱۸۷۵

بازهٔ اول = (۰/۰۶۸۷۵ ، ۰/۰۵]،

بازهٔ دوم = (۰/۰۸۷۵ ، ۰/۰۶۸۷۵]،

بازهٔ سوم = (۰/۱۰۶۲۵ ، ۰/۰۸۷۵]،

بازهٔ چهارم = (۰/۱۲۵ ، ۰/۱۰۶۲۵]،

بازهٔ پنجم = (۰/۱۴۳۷۵ ، ۰/۱۲۵]،

بازهٔ ششم = (۰/۱۶۲۵ ، ۰/۱۴۳۷۵]،

بازهٔ هفتم = (۰/۱۶۲۵ ، ۰/۱۸۱۲۵]،

بازهٔ هشتم = (۰/۲ ، ۰/۱۸۱۲۵].

قدم چهارم: تعیین رتبهٔ هر گزینه به‌ازای هر معیار تصمیم‌گیری با توجه به اینکه هر درایه ماتریس نرمال‌شده به کدام بازه تعلق دارد.

نتیجهٔ این مرحله برای مثال مورد بحث در جدول ۵ نشان داده شده است؛ برای مثال، عدد ۱ در سطر A_1 و ستون X_1^+ نشان می‌دهد عملکرد نرمال‌شدهٔ گزینهٔ A_1 از لحاظ معیار از جنس سود X_1^+ در بازهٔ هشتم قرار می‌گیرد؛ به‌عبارت دیگر، از آنجا که $n_{11}\in$ [۰/۱۸۱۲۵ ، ۰/۲] است، گزینهٔ A_1 از لحاظ معیار X_1 به رتبهٔ ۱ تخصیص می‌یابد.

جدول ۵. رتبه‌بندی اولیهٔ گزینه‌ها از لحاظ هر شاخص براساس عضویت در بازه‌ها

شاخص‌ها / گزینه‌ها	X_1^+	X_2^+	X_3^+	X_4^+	X_5^+	X_6^-	X_7^-
A_1	۱	۲	۸	۲	۴	۶	۵
A_2	۵	۶	۳	۲	۴	۵	۷
A_3	۶	۶	۶	۵	۶	۳	۸
A_4	۳	۳	۴	۲	۴	۴	۴
A_5	۶	۴	۴	۸	۴	۳	۳
A_6	۵	۵	۶	۲	۶	۵	۵
A_7	۳	۴	۱	۵	۴	۴	۲
A_8	۶	۸	۴	۸	۶	۶	۲

جدول ۶. ماتریس مربع $\Lambda'_{m\times m}$ (که نشان‌دهندهٔ ارزش یا شایستگی هر گزینه برای تخصیص به هر رتبه است) برای مثال عددی

گزینه‌ها \ رتبه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
A_1	۰/۱۲۰۲۸۴	۰/۴۰۴۲۵۹	۰	۰/۰۶۰۲۳۴	۰/۱۵۴۳۶۴	۰/۰۴۸۲۳	۰	۰/۲۱۲۶۲۹
A_2	۰	۰/۲۵۵۳۰۷	۰/۲۱۲۶۲۹	۰/۰۶۰۲۳۴	۰/۱۶۸۵۱۴	۰/۱۴۸۹۵۳	۰/۱۵۴۳۶۴	۰
A_3	۰	۰	۰/۰۴۸۲۳	۰	۰/۲۵۵۳۰۷	۰/۵۴۲۰۹۹	۰	۰/۱۵۴۳۶۴
A_4	۰	۰/۲۵۵۳۰۷	۰/۲۶۹۲۳۷	۰/۴۷۵۴۵۶	۰	۰	۰	۰
A_5	۰	۰	۰/۲۰۲۵۹۴	۰/۴۲۱۸۱۵	۰	۰/۱۲۰۲۸۴	۰	۰/۲۵۵۳۰۷
A_6	۰	۰/۲۵۵۳۰۷	۰	۰	۰/۴۷۱۸۳	۰/۲۷۲۸۶۳	۰	۰
A_7	۰/۲۱۲۶۲۹	۰/۱۵۴۳۶۴	۰/۱۲۰۲۸۴	۰/۲۵۷۴۱۷	۰/۲۵۵۳۰۷	۰	۰	۰
A_8	۰	۰/۱۵۴۳۶۴	۰	۰/۲۱۲۶۲۹	۰	۰/۲۲۸۷۴۸	۰	۰/۴۰۴۲۵۹

قدم پنجم: محاسبهٔ مقادیر λ'_{ik} با استفاده از رابطهٔ ۵ و تشکیل ماتریس مربع $\Lambda'_{m\times m}$. جدول ۶ این ماتریس را نشان می‌دهد.

قدم ششم: تشکیل مدل تخصیص خطی اصلاح شده و حل آن. مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده عبارت است از:

$$\begin{aligned}Max\quad & 0.120284\ h_{11}+0.404259\ h_{12}+0.060234\ h_{14}+0.154364\ h_{15}+0.04823\ h_{16}+0.212629\ h_{18}+\\ & 0.255307\ h_{22}+0.212629\ h_{23}+0.060234\ h_{24}+0.168514\ h_{25}+0.148953\ h_{26}+0.154364\ h_{27}+0.04823\ h_{33}+0.255307\ h_{35}+0.542099\ h_{36}+0.154364\ h_{38}+0.255307\ h_{42}+0.269237\ h_{43}+0.475456\ h_{44}+0.202594\ h_{53}+0.421815\ h_{54}+0.120284\ h_{56}+0.255307\ h_{58}+0.255307\ h_{62}+0.47183\ h_{65}+0.272863\ h_{66}+0.212629\ h_{71}+0.154364\ h_{72}+0.120284\ h_{73}+0.257417\ h_{74}+0.255307\ h_{75}+0.154364\ h_{82}+0.212629\ h_{84}+0.228748\ h_{86}+0.404259\ h_{88}\\ s.t.\quad & \sum_{k=1}^{m} h_{ik}=1\quad ; i=1,2,\dots,8\\ & \sum_{i=1}^{m} h_{ik}=1\quad ; k=1,2,\dots,8\end{aligned}$$

$$h_{ik}=\begin{cases}1 & \text{اگر گزینه } A_i \text{ به رتبه } k \text{ تخصیص یابد}\\ 0 & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$$

قدم هفتم: محاسبهٔ رتبهٔ نهایی گزینه‌ها؛

جواب بهینهٔ مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده عبارت است از:

$$h_{12}=h_{27}=h_{36}=h_{43}=h_{54}=h_{65}=h_{71}=h_{88}=1$$

و بقیهٔ متغیرها برابر با صفر. با توجه به جواب بهینهٔ رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها با روش تخصیص خطی اصلاح‌شده عبارت می‌شود از:

$A_7>A_1>A_4>A_5>A_6>A_3>A_2>A_8$ مقایسهٔ رتبه‌بندی نهایی حاصل از روش خطی کلاسیک و الگوریتم پیشنهادی این پژوهش نشان می‌دهد رتبه‌بندی گزینه‌ها متفاوت است. درحالی‌که در روش تخصیص خطی کلاسیک رتبه‌های ۱ و ۲ به‌ترتیب به گزینه‌های A_1 و A_7 اختصاص یافته است، در روش اصلاح‌شده رتبه‌های ۱ و ۲ به‌ترتیب به گزینه‌های A_7 و A_1 تخصیص یافته است. این موضوع درمورد رتبه‌های ۳ و ۴ نیز صادق است. در رتبهٔ اختصاص‌یافته به بقیهٔ گزینه‌ها نیز تفاوت‌هایی در دو روش وجود دارد. با دخالت‌دادن امتیاز هر گزینه از لحاظ هر معیار در روش اصلاح‌شده انتظار می‌رود رتبه‌بندی نهایی حاصل از آن اعتبار بیشتری در مقایسه با روش تخصیص خطی کلاسیک داشته باشد. برای بررسی این موضوع می‌توان نتایج را با یکی دیگر از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره مقایسه کرد. به نظر می‌رسد تکنیک تاپسیس[10] در این زمینه مناسب باشد، زیرا تاپسیس از جمله تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است که گزینه‌ها را براساس کمینه‌کردن فاصله از نقطهٔ ایده‌آل و بیشینه‌کردن فاصله از نقطهٔ ضد ایده‌آل رتبه‌بندی می‌کند [۳ ، ۴۰ – ۴۴]. تکنیک تاپسیس در حال حاضر یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای تصمیم‌گیری چندمعیاره است [۴۵ – ۴۷]. به‌علاوه، روش تاپسیس مبتنی‌بر فاصله است [۴۸] و در این پژوهش نیز فاصلهٔ گزینه‌ها برای اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک استفاده شده است.

ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن[11] [۴۹] بین نتایج

روش تخصیص خطی و روش اصلاح‌شده با روش تاپسیس محاسبه و در جدول ۸ نشان داده می‌شود. درحالی‌که ضریب همبستگی رتبه‌ای بین روش تخصیص خطی کلاسیک با تاپسیس ۰/۴۰۵ است، این مقدار برای رتبه‌بندی حاصل از روش تخصیص خطی اصلاح شده برابر با ۰/۶۴ است؛ بنابراین، رتبه‌بندی گزینه‌ها با روش تخصیص خطی اصلاح‌شده، به‌مراتب مطابقت بیشتری با روش تاپسیس دارد تا رتبه‌بندی حاصل از روش تخصیص خطی کلاسیک.

جدول ۷. رتبه‌بندی‌های نهایی به‌دست‌آمده از مدل تخصیص خطی کلاسیک و مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده و روش تاپسیس

گزینه‌ها / روش	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
مدل تخصیص خطی کلاسیک	۱	۸	۷	۴	۳	۵	۲	۶
مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده	۲	۷	۶	۳	۴	۵	۱	۸
روش تاپسیس	۴	۳	۸	۲	۶	۵	۱	۷

جدول ۸. ضریب همبستگی رتبۀ اسپیرمن (r_s) بین روش تخصیص خطی کلاسیک و مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده و روش تاپسیس برای رتبه‌بندی‌های به‌دست‌آمده برای مثال عددی

روش	ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن (r_s)
روش تخصیص خطی کلاسیک	۰/۴۰۵
اصلاح مدل تخصیص خطی کلاسیک (با نرمال‌سازی ماتریس تصمیم)	۰/۶۴

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در پژوهش حاضر، اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک ارائه شد، به‌نحوی‌که در آن فاصلۀ گزینه‌ها- که در روش تخصیص خطی کلاسیک اعمال نشده است- درنظر گرفته شد. همچنین، با محاسبۀ ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن بین رتبه‌بندی حاصل از روش تخصیص خطی کلاسیک و اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک و روش تاپسیس این نتیجه به‌دست آمد که رتبه‌بندی حاصل از اصلاح روش تخصیص خطی کلاسیک نسبت به روش تخصیص خطی کلاسیک به روش تاپسیس نزدیک‌تر است.

روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه توجه محققان را در ارزیابی، تخصیص و رتبه‌بندی گزینه‌ها در زمینه‌های مختلف به خود جلب کرده است. روش تخصیص خطی اصلاح‌شده نیز می‌تواند مانند سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه در کاربردهای متنوعی از قبیل مدیریت زنجیرۀ تأمین و حمل‌ونقل، سیستم‌های تولید و طراحی و مهندسی، مدیریت بازاریابی و تجارت، مدیریت محیط و امنیت و سلامت، مدیریت منابع انسانی، مدیریت انرژی، مهندسی شیمی، مدیریت منابع آبی و امثال این‌ها به‌کار گرفته شود [۴۶].

در این پژوهش، برای منظورکردن اندازۀ عملکرد هر گزینه از لحاظ هر معیار در تخصیص رتبۀ نهایی به گزینه‌ها، از بازه‌های حاصل از بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ماتریس تصمیم نرمال‌شده بهره گرفته شد. در پژوهش‌های آتی می‌توان فاصلۀ عملکرد هر زوج از گزینه‌ها را به‌جای ضریب λ'_{ik} در تابع هدف مدل تخصیص خطی اصلاح‌شده منظور کرد. این فاصله ممکن است خطی یا غیرخطی باشد.

از آنجاکه در مسائل واقعی، داده‌ها لزوماً قطعی نیستند، می‌توان روش تخصیص خطی اصلاح‌شده را برای داده‌های فازی نیز گسترش داد.

قدردانی

از داوران محترم پژوهش سپاسگزاریم که با راهنمایی‌های ارزندۀ خود در ارائۀ این پژوهش به ما یاری رساندند.

مراجع

1. Rezaei, J. (2015)."Best_Worst multi-criteria decision-making method." *Omega*., Vol.53, PP.49-57.
2. Wallenius, J., Dyer, J.S., Fishburn, P.C., Steuer, R.E., Zionts ,S. and Deb , K. (2008)."Multiple criteria decision making,multi attribute utility theory: recent accomplishments and what liesahead."*Management Science.*, Vol.54, PP.1336-49.
3. Hwang, C.L. and Yoon, K. (1981)."Multiple attribute decision making: methods and applications: a state-of-the-art survey."Springer-Veriag.
4. Triantphyllou, E. (2000)."Multi-criteria decision making methods: a comparative study.Dordrecht."Kluwer Academic Publisher.
5. Zopounidis, C. (1999)."Multi criteria decision aid in financial management."*European Journal of Operational Research*., Vol.119, PP.404-15.
6. Hajkowicz, S. and Higgins, A. (2008)."A comparision of multiple criteria analysis techniques for water resources management." *European Journal of Operational Research*., Vol.184, PP.225-65.
7. Zanakis, S.H., Solomon, A., Wishart, N. and Dublish, S. (1998)."Mutiple attribute decision making: a simulation comparision of select methods." *European Journal of Operational Research*., Vol.107, PP.507-29.
8. Bernardo, J.J. and Blin, J.M. (1977)."A Programming Model of Consumer Choice among multi-attributed Brands."*Journal of Consumer Research*., Vol.4, No.2, PP.111-118.
9. Gass, S.I . (1984)". Linear Programming." fifth ed., McGraw-Hill Book Company.
10. Pfaffenberger, R.C. and Walker, D.A. (1976)."Mathematical Programming for Economics and Business." first ed., The Iowa State University Press.
11. Xian-ying, M. (2012)." Application of assignment model in PE human resources allocation." *Energy Procedia.*,Vol. 16,PP.1720-3.
12. Campell, J.F . and Langevin, A. (1995)." The snow disposal assignment problem." *J. Oper. Res. Soc.,*Vol. 48, PP.919-929.
13. Dessouky, M.M. and Kijowski, B.A. (1997)." Production scheduling on single-stage multiproduct batch chemical process with fixed batch sized." *IIE Trans*.,Vol. 29,No. 5,PP. 399-408.
14. Leblanc, L.J. and Farhangian, K. (1981)."Efficient algorithm for solving elastic demand traffic assignment problem and mode split-assignment problem." *Transport. Sci*.,Vol. 15,No. 4,PP. 306-317.
15. Mckeown, P. and Workman, B. (1976)." A study in using linear programming to assign students to schools." *Interfaces* .,Vol. 6,No. 4,PP. 96-101.
16. Soumis, F., Ferland, J. and Rousseau, J. (1980)." A model for large-scale aircraft routing and scheduling problems." *Transport. Res. Part B: Meth.*,Vol. 14,No. 1,PP. 191-201.
17. Balinski, M.L. (1986)."A competitive (dual) simplex method for the assignment problem." *Math. Program*.,Vol. 34,No. 2,PP. 125-141.
18. Barr, R.S., Glover, F. and Klingman, D. (1977)."The alternating basis algorithm for assignment problems." *Math. Program.*,Vol. 13,No. 1,PP. 1-13.

19. Hung, M.S. and Rom, W.O. (1980)." Solving the assignment problem by relaxation." *Oper. Res.,*Vol. 28,No. 4,PP. 969-982.

20. McGinnis, L.F. (1983)." Implementation and testing of a primal-dual algorithm for the assignment problem."*Oper. Res.,*Vol. 31,No. 2,PP. 277-291.

21. Burkard, R., Dell'Amico, M. and Martello, S. (2009)."Assignment problems."Society for Industrial Mathematics.

22. Lovasz, L. and Plummar, M.D. (1988)."Matching theory."*Annals of Descrete Mathematics*., Vol.29.North-Holland.

23. Schrijver, A. (2003)."Combinatorial Optimization.Polyhedra and efficiency.Algorithms and combinatorics."Springer_Verlag,Berlin., Vol.24.

24. Asgharpour, M.J. (1390)."Multiple Criteria Decision Making." 10^{th}. Ed. Tehran University Press, Tehran.

25. Mianabadi, H. and Afshar, A. (1387)." Multiple Criteria Decision Making in Projects of Municipal Water Preparation."*Water and Sewage*, No.66, PP.34-45.

26. Razavi, S.H., Hashemi, S.S. and Zavadskas,E.K. (2012)."Prioritization of Expert Promotion Programs by Fuzzy Linear Assignment Method."*Engineering Economics*., Vol.23, No.5, PP.462-470.

27. Amiri, M., Zandieh, M., Soltani, R. and Vahdani, B. (2009)."A Hybrid Multi-Criteria Decision-Making Model for Firms Competence Evaluations."*Expert Systems with Applications*., Vol.36, No.10, PP.12314-12322.

28. Bashiri, M., Badri, H. and Hejazi, T.H. (2011)."Selecting Optimum Maintenance Strategy by Fuzzy Interactive Linear Assignment Method."*Applied Mathematical Modelling*., Vol.35, No.1, PP.152-164.

29. Komijan, A.R. and Koupaei, M.N. (2012)."A Multi_Attribute Decision_Making and Mathematical Model for University Examination Timetabling."*Journal of Basic and Applied Scientific Research*., Vol.2, No.10, PP.10258-10262.

30. Foroughi, A. and Esfahani, M.J. (2012)."An Empirical study for ranking risk factors Using linear Assignment : A Case Study of road construction."*Management Science Letters.,* Vol.2, PP.615-622.

31. Norouzi, S.A. and Shariati, A.R. (2013)."Study of Locating Fire Stations using Linear Assignment Method:Case study Maku City."*Global Journal of Human Socail Science*., Vol.13, No.3.

32. Nguyen, V., Emmanuel, F., Jacques_Antoine, G., Marlene, S. and Eric, D.W. (2010)."Optimizing the marriage market: An application of the linear assignment model." *European Journal of Operational Research*., Vol.202, PP.547-553.

33. Bashiri,M. and Badri,H. (2011)." A group decision making procedure for fuzzy interactive linear assignment programming."*Expert Systems with Application*.,Vol. 38,PP. 5561-8.

34. Chen,T. (2013)."A linear assignment method for multiple criteria decision analysis with interval type 2 fuzzy sets."*Applied Soft Computing*.,Vol. 13,PP. 2735-48.

35. Danchick,R. (2005)."A ranked linear assignment approaches to Bayesian classification."*Applied Mathematics and Computation*.,Vol. 162,PP. 265-81.

36. Burkard,R.E. (2002)."Selected topics on assignment problems."Discrete *Applied Mathematics*.,Vol. 123,PP. 257-302.

37. Ehsanifar,M. and Bakhtiarnezhad,S. (2012)."Selection of Portfolio by using Multi Attributed Decision Making (Tehran Stock Exchange)." *American Journal of Scientific Research*. , Issue. 44,PP. 15-29.

38. Ehsanifar,M., Bakhtiarnezhad,S., Anvari,F.,Anvari,N., Farahani,H.R., Mohajerfar,M., et al. (2012)."Linear assignment and its application in financial management and portfolio." *Archives Des Sciences*.,Vol. 65,No. 7,PP. 333-58.

39. Chakraborty,S. (2011)." Applications of the MOORA method for decision making in manufacturing environment*." Int J Adv Manuf Technol*.,Vol. 54,PP. 1155 -66.

40. Barros,C.P. and Wanke,P. May-June (2015)." An analysis of African airlines efficiency with two-stage TOPSIS and neural networks."*Journal of Air Transport Management*., Vol. 44-45, PP. 90-102.

41. Dymova,L., Sevastjanov,P. and Tikhonenko,A. July (2015)." An interval type-2 fuzzy extension of the TOPSIS method using alpha cuts ." *Knowledge-Based Systems*., Vol. 83, PP. 116-127.

42. Hwang, C.L., Lai, Y.J. and Liu, T.Y. (1993)." A new approach for multiple objective decision making." *Computers & Operations Research*., Vol. 20 ,PP. 889-99.

43. Lai, Y.J., Liu, T.Y. and Hwang, C.L. (1994)." TOPSIS for MODM." *European Journal of Operational Research*., Vol. 76, PP. 486-500.

44. Olson, D. (2004)." Comparison of weights in TOPSIS models." *Mathematical and Computer Modelling*., Vol. 40, PP. 721-7.

45. Yoon, K. (1987)." A reconciliation among discrete compromising solutions." *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 38, PP. 277-86.

46. Behzadian,M., Khanmohammadi Otaghsara,S., Yazdani,M. and Ignatius,J. December(2012)."A state-of the-art survey of TOPSIS applications ."*Expert Systems with Applications*., Vol. 39, Issue 17, PP. 13051-13069.

47. Chen,T-Y. January (2015) ."The inclusion-based TOPSIS method with interval-valued intuitionistic fuzzy sets for multiple criteria group decision making ."*Applied Soft Computing*., Vol. 26, PP. 57-73.

48. Datta,A., Saha,D., Ray,A. and Das,P. December (2014)."Anti-islanding selection for grid-connected solar photovoltaic system applications: A MCDM based distance approach ."*Solar Energy*., Vol.110, PP. 519-532.

49. Gauthier, T.D. (2001)." Detecting Trends Using Spearman's Rank Correlation Coefficient." *Environmental Forensics*., Vol. 2,No. 4,PP. 359-362.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Linear Compensatory Process
2. Reduction in labor cost
3. Reduction in WIP
4. Reduction in setup cost
5. Increase in market response
6. Improvement in quality
7. Capital and maintenance cost
8. Floor space used
9. Entropy
10. TOPSIS
11. Spearman Rank Correlation Coefficient