رویکرد احتمالی در ارائهٔ مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسئلهٔ تخصیص مازاد یک سیستم سری- موازی با به‌کارگیری سیاست تخفیف

طه حسین حجازی[*۱]، محسن باقری[۲]، حانیه جمشیدی[۳]

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، پردیس گرمسار

۲. استادیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی سجاد مشهد

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- مدل‌سازی سیستم‌های کلان، دانشکدهٔ مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی سجاد مشهد

(تاریخ دریافت: ۹۶/۰۱/۳۰، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۶/۰۶/۲۶، تاریخ تصویب: ۹۶/۰۶/۲۸)

چکیده

امروزه طراحی و به‌کارگیری سیستم‌هایی با خصوصیات برتر و قابلیت اطمینان بالاتر برای مهندسان و کاربران، اصلی اساسی به‌شمار می‌رود؛ زیرا توجه به این مسئله در استفادهٔ مناسب از یک سیستم در طول دورهٔ عمر آن تأثیرگذار است، همچنین در دنیای رقابتی امروز عرضهٔ سیستمی با هزینهٔ تمام‌شدهٔ کمتر به‌طوری‌که قابلیت اطمینان زیاد برای آن حفظ شود، شرکت را در میان مشتریان محبوب می‌کند. هرچند در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی در زمینهٔ بهینه‌سازی پایایی با درنظرگرفتن تخفیفات کلی برای اجزای یک سیستم ارائه شده، نوآوری این تحقیق در آن است که نه‌تنها راهبرد مازاد فعال، بلکه ترکیبی از اجزا با راهبرد مازاد فعال یا آماده‌به‌کار سرد را می‌توان در یک سیستم به‌کار برد، به‌گونه‌ای که تخفیفات کلی به مجموع اجزاء با دو راهبرد مذکور تعلق بگیرد. علاوه‌بر این، به‌منظور نزدیک‌ترکردن شرایط مسئله به دنیای واقعی، پارامترهای نرخ خرابی و هزینه به‌صورت غیرقطعی درنظر گرفته شده است که برای حل دو مدل با اهداف حداکثرسازی پایایی و حداقل‌سازی هزینه به ترتیب رویکرد محدودیت احتمالی بر روی محدودیت مربوط به هزینه و پایایی استفاده می‌شود. مدل ارائه‌شده با روش دقیق و با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل شده که با توجه به رفتار مناسب آن در تغییر عوامل مؤثر در مسئلهٔ مورد بررسی نتیجه می‌گیریم که می‌توان از این مدل به‌منظور بهینه‌سازی پایایی و حداقل‌سازی هزینه در صنایع تولیدی با تولیدات بالا که به‌کارگیری سیاست تخفیفات کلی مزیتی را برای آن‌ها دارد، بهره‌برداری کرد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی احتمالی، تخفیفات کلی، پایایی، سیستم سری- موازی، مسئلهٔ تخصیص مازاد.

مقدمه

پایایی یکی از مشخصه‌های کیفیت قطعات، محصولات و سیستم‌های بزرگ و پیچیده است و می‌توان گفت درواقع، کنترل کیفیت است که در طول زمان پابرجا باقی می‌ماند [۱]. بهینه‌سازی پایایی یکی از مهم‌ترین انواع مسائل بهینه‌سازی به‌شمار می‌آید که بسیاری از محققان را مجذوب خود کرده است. این سیستم در دنیای واقعی و در بسیاری از سیستم‌های صنعتی از قبیل کاربرد سیستم‌های مخابراتی، سیستم‌های انتقال، سیستم‌های الکتریکی، اکتشافات فضایی و سیستم‌های ماهواره‌ای کشف می‌شود. به‌منظور بهبود پایایی سیستمی خاص می‌توان یکی یا ترکیبی از گزینه‌های افزایش پایایی جزء، استفاده از اجزای اضافی به‌صورت موازی و تغییر قطعات قابل تعویض را انتخاب کرد. دومین انتخاب که تخصیص مازاد (RAP[۱]) نامیده می‌شود، موضوع چالش‌پذیرتری برای محققان است؛ زیرا دامنهٔ گسترده‌ای دارد [۳] که به‌دلیل محدودیت‌های اقتصادی و تکنولوژیکی، بهترین و کاربردی‌ترین رویکرد برای افزایش پایایی سیستم است [۴].

مسئلهٔ تخصیص مازاد را برای اولین بار فیف و همکاران در سال ۱۹۶۸ مطرح، و با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل کردند. درادامه، چرن در سال ۱۹۹۲ مشخص کرد که این مسئله با افزایش تعداد زیرسیستم‌ها، در رستهٔ مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد. در پژوهشی که عربی و جهرمی در سال ۲۰۱۳ انجام دادند، تعداد تعمیرکار و سطح مازاد به‌عنوان متغیرهای تصمیم درنظر گرفته شد. هدف این تحقیق تعیین تعداد بهینهٔ تعمیرکار و اجزای اضافه برای هر زیرسیستم، به‌منظور بهینه‌سازی دردسترس‌بودن سیستمی سری است

* نویسندهٔ مسئول: تلفکس: ۰۲۳۴۲۲۶۴۶۷ Email: t.h.hejazi@aut.ac.ir

که مدل مورد نظر غیرخطی محسوب می‌شود و با توجه به پیچیدگی تابع هدف، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل آن ارائه شده است [۵].

اسلامی‌بلده و همکاران در سال ۲۰۱۴ مدلی ارائه دادند که در آن از برنامه‌ریزی سناریو به‌منظور مدل‌سازی واقعیت استفاده شد. مدل ارائه‌شده به‌دنبال یافتن تعداد و روش اجزای مازادی بود که به حداکثرسازی پایایی و حداقل‌سازی وزن سیستم در شرایط مختلف کاری، ضمن درنظرگرفتن محدودیت هزینه منجر می‌شد. برای حل مدل ارائه‌شده نیز برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای و الگوریتم ژنتیک به‌کار گرفته شد [۱]. در مقالهٔ سلطانی و همکاران در سال ۲۰۱۴، مدلی از تخصیص مازاد غیرخطی جدید با انتخاب راهبرد مازاد و نوع اجزا ارائه شد. گفتنی است راهبرد مازاد به دو شکل فعال و آماده‌به‌کار سرد کاربرد دارد، همچنین یک انتخاب برای درنظرنگرفتن اجزای مازاد درنظر گرفته شده است. در این مقاله فرض بر این است که زمان خرابی اجزا از توزیع ارلنگ پیروی می‌کند که پارامتر مقیاس آن غیرقطعی فرض شده است. با توجه به اینکه در واقعیت برآورد این پارامتر با عدم قطعیت روبه‌روست، هزینه و وزن نیز به‌طور دقیق مشخص نیست. با توجه به عدم قطعیت‌ها و نوسانات، مدل عدم قطعیت ارائه شده است که برای حداکثرسازی فواصل سمت چپ و مرکز، به یک مدل چندهدفهٔ قطعی تبدیل می‌شود و قابلیت اطمینان سیستم را حداکثر می‌کند [۶].

در پژوهشی دیگر که در سال ۲۰۱۴ قاضی میرسعید و همکاران انجام دادند، سیستم‌های k با n بررسی شد. در این مقاله، انتخاب راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم، متغیر تصمیم درنظر گرفته شده است. با توسعهٔ مدل ریاضی و تبدیل آن به مدل خطی (با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح)، جواب بهینهٔ مسئله به‌دست آمده است [۱۰]. در پژوهش دیگری که فیض‌اللهی و همکاران در سال ۲۰۱۵ انجام دادند، یک مسئله تخصیص مازاد با راهبرد آماده‌به‌کار سرد در سیستم‌های سری- موازی تعمیرناپذیر مطالعه شد. در این تحقیق فرض بر آن بود که قابلیت اطمینان اجزا در مجموعهٔ عدم قطعیت بودجه، مقادیر نامشخصی با توزیع احتمال ناشناخته دارد. به‌دلیل غیرخطی‌بودن مدل‌های بهینه‌سازی تخصیص مازاد، معادل استوار آن‌ها به فرم استاندارد توسعه‌دادنی نیست، همچنین برای حل این دو مدل، دو روش از رویکرد تجزیهٔ بندرز در حل مدل عدد صحیح بهره گرفته شده است، افزون‌بر این صحت و کارایی روش‌های ارائه‌شده از طریق شبیه‌سازی مونت‌کارلو آزمایش شده است [۸].

پژوهشی دیگر را نیز ژانگ در سال ۲۰۱۵ انجام داد که در آن مسئلهٔ بهینه‌سازی چندهدفه که قابلیت اطمینان و هزینهٔ سیستم به‌طور هم‌زمان درنظر گرفته شده است، در یک محیط فاصله‌ای فرموله شد. برای حل آن نیز الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه ارائه گردید [۹]. در سال ۲۰۱۵ لی و همکارانش پژوهش دیگری بر روی مسئلهٔ تخصیص مازاد خاص با انتخاب‌های راهبرد چندگانه (RAP-MSC[2]) انجام دادند که در آن هر دو مازاد فعال و آماده‌به‌کار سرد متغیر تصمیم اضافی برای هر زیرسیستم بود، به این منظور باید نوع، جزء، راهبرد مازاد و سطح مازاد برای هر زیرسیستم با توجه به محدودیت‌های سیستم انتخاب می‌شد؛ به‌طوری‌که قابلیت اطمینان سیستم بیشینه شود. در این پژوهش نیز آزمون‌های مقایسه‌ای گسترده با انواع PSO[3] و دیگر حالات برای RAP-MSC انجام شد [۱۰]. در پژوهشی که لطیف شبگاهی و همکاران در سال ۲۰۱۵ انجام دادند، تأثیر رزرو سرد بر افزایش قابلیت اطمینان و ایمنی سیستم بررسی، و برای این کار از مدل مارکوف استفاده شد. در پژوهش حاضر نیز با استفاده از مدل مارکوف، سیستم با رزرو سرد رابطه‌ای برای دو ویژگی اتکاپذیری مذکور (قابلیت اطمینان و ایمنی) ارائه، و از طریق آن‌ها تأثیر تعداد رزروها، میزان خرابی آن‌ها، کیفیت کار و سازوکار سوئیچ در عملکرد سیستم بررسی می‌شود [۱۱]. در پژوهش پورکریمی و همکاران در سال ۲۰۱۶، مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم سری- موازی با نرخی افزایشی براساس توزیع وایبول درنظر گرفته شد، همچنین روش بهینه‌سازی با شبیه‌سازی برای مدل‌سازی پیشنهاد، و الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله توسعه داده شد [۱۲]. در پژوهش نیدا و همکاران در سال ۲۰۱۶، مدلی از بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم برای سیستم‌هایی ارائه شد که در معرض تغییر و استرس شرایط گوناگون قرار داشتند. عدم قطعیت از طریق تعریف محیط عملیاتی که در آن تنش قطعه با به‌کارگیری سناریوهای مختلف تغییر می‌کند، نشان داده و دیدگاه‌های آنالیز خطر نیز مانند ریسک‌گریزی و ریسک‌پذیری در تابع هدف درنظر گرفته شد، همچنین یک تابع تأسف تعریف شد و حداقل‌سازی حداکثر تأسف، یک تابع هدف را براساس

تنش‌های تصادفی فراهم کرد. درنهایت مدل ارائه‌شده با روشی ابتکاری حل شد [۱۳]. در پژوهشی که جهرمی و فیض‌آبادی در سال ۲۰۱۷ انجام دادند، یک مدل RAP چندهدفهٔ جدید با درنظرگرفتن پایایی و هزینه به‌عنوان تابع هدف ارائه شد. گفتنی است مدل پیشنهادشده در این تحقیق فرصتی برای اجزای زیرسیستم‌ها فراهم کرد تا در صورت لزوم و در شرایط ضروری ناهمگن باشند. با توجه به پیچیدگی مسائل RAP، الگوریتم مرتب‌سازی نامغلوب برای شناسایی جبههٔ بهینه پارتو پیشنهاد شده است [۱۴].

در پژوهش دیگری که قلی‌نژاد و همدانی در همان سال انجام دادند، انتخاب راهبرد افزونگی به‌عنوان متغیر تصمیم درنظر گرفته شد. مسئلهٔ مورد نظر تعیین نوع اجزا، سطح افزونگی (سطح بارگیری) و تعداد واحدهای فعال و سرد از هر نوع برای هر زیرسیستم به‌منظور حداکثرسازی پایایی سیستم و رعایت محدودیت‌های بودجه، وزن و فضای مجاز است [۱۵]. در پژوهش دیگری که کیو[۴] و همکاران در همین سال انجام دادند، جست‌وجو برای یافتن جواب‌های نزدیک به موقعیت بهینه و به‌منظور رسیدن به بالاترین میزان پایایی با درنظرگرفتن هزینهٔ مجاز انجام شد. در این پژوهش عملکرد ۴ الگوریتم جست‌وجو شامل الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ابتکاری، الگوریتم متغیر تناوبی (AVM[۵]) و جست‌وجوی تصادفی با تابع برازش پیشنهادشده بر روی ۱۰ سیستم دفاعی نفت و گاز در دنیای واقعی با پیچیدگی‌های مختلف بررسی شد و نتایج نشان داد الگوریتم AVM به‌طور چشمگیری از سایر موارد نام‌برده بهتر است [۱۶].

هرچند در سال‌های اخیر مقالات متعددی درمورد مسئلهٔ تخصیص مازاد ارائه شده است، مشتریان کالا متوجه این مسئله نبوده و آن را بررسی نکرده‌اند. از آنجا که در دنیای رقابتی امروز عرضهٔ طرح جدیدی در سیستم با هزینهٔ تمام‌شده شرکت را کمتر در میان مشتریان محبوب می‌کند- به‌طوری‌که قابلیت اطمینان بالا حفظ شود- درنظرگرفتن تخفیفات کلی در ارائهٔ مدل‌های تخصیص مازاد ضمن بهینه‌سازی قابلیت اطمینان، از طریق تعیین تعداد اجزای مازاد، نقش مؤثری در افزایش رضایت مشتریان دارد، خروجی مدل مورد نظر نیز از نظرگاه اقتصادی با نتایج سودمندی همراه است. به‌منظور مقایسهٔ بهتر و دست‌یافتن به دیدی کلی درمورد پژوهش‌های گوناگونی که تاکنون در حوزهٔ RAP انجام شده، به دسته‌بندی برخی از آن‌ها ازنقطه‌نظر تابع هدف، محدودیت‌ها و... پرداخته شده است که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود.

با توجه به جدول فوق، مطالعاتی که پیش از این در زمینهٔ RAP صورت گرفته، بیانگر این است که در بیشتر آن‌ها هزینه و پایایی بیشتر از سایر عوامل مؤثر، جایگاه تابع هدف را برای خود درنظر گرفته و در سال‌های اخیر این دو هدف به‌صورت هم‌زمان بیشتر به‌کار رفته است، هرچند این رویکرد سبب پوشش تضادهای موجود در اهداف تصمیم‌گیری می‌شود، ممکن است رسیدن به پاسخی که هم‌زمان این دو هدف را برآورد کند، زمان‌بر باشد و سبب کاهش سرعت حل مسئله شود. در این پژوهش، به‌منظور حل این مشکل و کاهش زمان حل در مقایسه با حالت مذکور، یکی از مسائل تخصیص مازاد سناریومحور را به دو شکل و در قالب محدودیت شانسی که یکی از رویکردهای حل برنامه‌ریزی تصادفی است، فرموله و بررسی می‌کنیم. علت به‌کارگیری رویکرد محدودیت شانسی به‌صورت سناریومحور و در دو حالت (هزینه و پایایی به‌عنوان محدودیت شانسی) این است که وقتی در هریک از این دو حالت، تابع هدف باید به ازای تمام سناریوها و دیگری تنها به ازای درصدی از سناریوها برقرار باشد، جواب‌های حاصل از این دو مدل نشان خواهد داد که تأثیر کدام هدف در بهینه‌سازی بیشتر بوده و ترجیحاً باید به‌عنوان تابع هدف اصلی و به ازای تمام سناریوها برقرار باشد، ضمن اینکه زمان حل در مقایسه با مدل دوهدفه نیز کمتر خواهد بود.

مفاهیم و تعاریف

پایایی

پایایی را می‌توان کارکرد موفق سیستم در مدت و شرایط مشخص و ازپیش تعیین‌شده دانست [۱۷]. با تعریف T به صورت متغیر تصادفی متناظر با بازهٔ زمانی تا شکست دستگاه، احتمال اینکه دستگاه در محیط مورد نظر پیش از زمان t دچار شکست نشود یا به عبارتی پایایی دستگاه عبارت است از [۲۷]:

$$R(t)=P(T\geq t) \tag{۱}$$

سیستم‌های سری- موازی

در بسیاری موارد قطعاتی که در یک سیستم قابلیت اطمینان

کمتری دارد، با قطعات موازی حمایت می‌شوند تا قابلیت اطمینان سیستم در پشتیبانی موازی افزایش یابد. باید توجه داشت که پایایی برای یک سیستم با m مسیر موازی که هریک n عضو دارد و پایایی هر عضو منفرد p است، به‌صورت رابطهٔ ۲ محاسبه می‌شود [۲۲].

$$R = \left[1 - \left(1 - p\right)^m\right]^n \qquad (۲)$$

سیستم‌های جانشین[۶]

سیستم جانشین در مقایسه با سیستم موازی که در آن همهٔ واحدها به‌طور هم‌زمان فعال هستند، واحدهایی دارد که تا زمان فراخوان‌شدن از سوی زیرسیستم روشن‌کننده و حسگر غیرفعال هستند. پایایی یک سیستم جانشین از دو سیستم سری و موازی بالاتر است، با افزایش زمان نیز تفاوت افزایش خواهد یافت. دلیل اصلی آن است که در یک سیستم جانشین، در مقایسه با سیستم موازی از قطعهٔ یدکی سرد تحت راهبردهای آماده‌به‌کار استفاده می‌شود که در زمان لازم به‌کار می‌افتد. درحالی‌که در سیستم موازی، قطعات به‌طور هم‌زمان در حال کارکردن هستند [۲۲].

جدول ۱. دسته‌بندی اهم مقالات براساس ساختار مدل

متغیر تصمیم	محدودیت	تابع هدف	ساختار	رویکرد	مرجع
تعداد اجزای مازاد در هر زیرسیستم	وزن، حجم، هزینه	پایایی	سری/ سری موازی/ پیچیده	قطعی	[۱۷]
میزان دسترسی به سیستم در زمان t	هزینهٔ دردسترس‌بودن/ پایایی	هزینه/ دردسترس‌بودن/ پایایی	K از n	قطعی	[۱۸]
تعداد اجزای مورد نیاز برای زیرسیستم i نوع جزء مورد نیاز برای زیرسیستم i پایایی	وزن	هزینه/ پایایی	سری- موازی	غیرقطعی	[۷]
تعداد اجزای نوع j اختصاص داده‌شده به i امین زیرسیستم	وزن/ حد بالا و پایین تعداد قطعات اختصاص داده‌شده به هر زیرسیستم	پایایی/ هزینه/ واریانس پایایی برآوردشده/ واریانس هزینهٔ برآوردشده	سری- موازی	غیرقطعی	[۱۹]
سطح مازاد تعداد تعمیرکار	وزن/ هزینه/حجم/ تعداد اجزا / تعداد تعمیرکار	قابلیت دسترسی	سری	غیرقطعی	[۵]
تعداد مازاد در سطوح مختلف سیستم	زمان‌بندی موجه	هزینه‌های خرید سیستم/ make span/ پایایی	سری- موازی	غیرقطعی	[۲۰]
تعداد مازاد نوعی خاص برای یک آیتم با امکان اختلاط انواع	وزن/ هزینه/ پایایی	واریانس پایایی/ برآورد شده	سری- موازی	غیرقطعی	[۲۱]
نوع راهبردی افزونگی در هر زیرسیستم	وزن/ هزینه	پایایی	K از n	قطعی	[۷]
قابلیت اطمینان زیرسیستم i/تعداد اجزای مازاد در زیرسیستم i	وزن/ هزینه/ حجم	پایایی	سری- موازی	غیرقطعی	[۵]

به‌منظور محاسبهٔ پایایی در یک سیستم جانشین، مثلاً سیستم جانشین دو واحدی می‌توان گفت عملکرد موفق چنین سیستمی مستلزم یکی از دو رویداد و عبارت زیر است:

الف) واحد اصلی که در حال کارکردن است دچار شکست نشود.

ب) واحد اصلی (با راهبرد افزونگی فعال) در خلال مدت عملیات t دچار شکست شده سپس در واحد سوئیچ (روشن‌کننده) و واحد حسگر به‌طور مناسب عمل می‌شود. در این بین، واحد جانشین (که در هنگام بیکاری دچار شکست نمی‌شود) به‌طور مناسب برای ادامهٔ مأموریت عمل می‌کند؛

بنابراین، پایایی یک سیستم جانشین ۲ واحدی را می‌توان به‌صورت رابطهٔ ۳ بیان کرد که در آن فرض بر آن است که پایایی واحد حسگر، روشن‌کننده و واحد دوم در زمان بیکاری ۱۰۰ درصد است [۲۶].

$$R_{SB}(t) = R_1(t) + Q(t_1) R(t - t_1) \quad (t_1 \le t) \tag{۳}$$

تعریف مسئله

همان‌طور که پیش از این اشاره شد، هدف این تحقیق ارائهٔ مدلی است که با درنظرگرفتن تخفیفات کلی در فروش قطعات، هزینهٔ کل تقبل‌شدهٔ خریداران را حداقل کند و در عین حال قابلیت اطمینان حاصل‌شدهٔ متناسب با آن هزینه را به حداکثر میزان ممکن برساند؛ به عبارت دیگر می‌توان گفت در راستای این پژوهش، به‌دنبال پاسخگویی به پرسش‌های زیر هستیم:

۱. چه تعداد از هر نوع قطعه در هر زیرسیستم، برای بهینه‌سازی پایایی در شرایط عدم قطعیت و با درنظرگرفتن تخفیفات کلی نیاز است؟
۲. چه ترکیبی از اجزای مازاد با راهبرد مازاد فعال و آماده‌به‌کار، با تغییر احتمال شدنی‌بودن محدودیت مربوط در بهبود پایایی سیستم مدنظر مؤثر است؟

گفتنی است رویکردهای موجود در بهینه‌سازی مسائل پیچیده تحت شرایط عدم قطعیت با چالش‌های متعددی مواجه می‌شود. داده‌های گذشته ممکن است به‌دلیل خطاهای اندازه‌گیری یا مشکلات موجود در نمونه‌برداری کاملاً دقیق نباشند، در این حالت همه یا برخی پارامترها، تصادفی درنظر گرفته شده و می‌توان به هر پارامتر تصادفی یک توزیع احتمالی مشخص را داد، چنین مسائلی که در آن‌ها همه یا برخی از پارامترها تصادفی هستند مسائل برنامه‌ریزی احتمالی نامیده می‌شوند.

معمولاً این برنامه‌ریزی طرح‌هایی ارائه می‌کند که علاوه‌بر قابلیت سازگاری در برابر زیان‌های احتمالی، تصویر روشنی از تصمیم‌گیری‌های آتی را ترسیم می‌کند [۲۳]؛ بنابراین، با توجه به اهمیت برنامه‌ریزی احتمالی، در این تحقیق نیز از رویکرد محدودیت احتمالی استفاده شده است.

مدل پیشنهادی

مفروضات مسئلهٔ پیش روی با توجه به منابع ۲۴ و ۲۵ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

- سیستم مورد نظر ساختار سری- موازی دارد.
- وزن هریک از قطعات مقادیری قطعی است.
- قطعات ازکارافتاده به سیستم آسیب وارد نمی‌کنند و تعمیر نمی‌شوند.
- سیستم و اجزای آن دو حالت سالم/ ازکارافتاده دارند.
- تعداد زیرسیستم‌ها در سیستم مورد نظر مشخص است.
- انواع قطعات یا انتخاب‌های آن‌ها در هر زیرسیستم، مشخص و ازپیش تعیین‌شده است.
- در هر زیرسیستم تنها یک نوع قطعه می‌توان به‌کار برد.
- اجزای مازاد دو راهبرد مازاد فعال و آماده‌به‌کار سرد دارند.
- می‌توان از مقدار زمان جایگزینی اجزا چشم‌پوشی کرد.
- عمل سوئیچ‌کردن به‌طور ناقص انجام می‌شود.
- پارامترهای مربوط به نرخ خرابی و قیمت هر قطعه، مقادیر تصادفی دارد که به‌ترتیب تابع توزیع نمایی و یکنواخت برای ایجاد آن‌ها در نظر گرفته شده است.

نمادگذاری مدل

X_{i,j,q,s_1,s_2}	متغیر باینری که معادل ۱ است، اگر q جزء با نوع j در زیرسیستم i، تحت راهبرد آماده‌به‌کار سرد استفاده شود.
Y_{i,j,q,s_1,s_2}	متغیر باینری که معادل ۱ است، اگر q جزء با نوع j در زیرسیستم i، تحت راهبرد فعال به‌کار برده شود.
$\rho_{i,j}(t)$	قابلیت اطمینان سوئیچ برای جزء آماده‌به‌کار سرد نوع j به‌کاررفته در زیرسیستم i در زمان t.
m	تعداد زیرسیستم‌ها.
$n_{\max}$	حداکثر اجزا در یک زیرسیستم.
$w_{i,j}$	وزن مرتبط با جزء نوع j به‌کاررفته در زیرسیستم i.
$k_{i,j}$	پارامتر شکل توزیع ارلنگ برای جزء j در زیرسیستم i.
λ_{i,j,s_1,s_2}	پارامتر نرخ توزیع ارلنگ برای جزء j در iامین زیرسیستم، مطابق با s_1امین سناریوی پارامتر قیمت و s_2امین سناریوی پارامتر نرخ.
$r_{i,j,s_1,s_2}(t)$	قابلیت اطمینان جزء j به‌کاررفته در زیرسیستم i که مطابق با s_1امین سناریوی پارامتر قیمت و s_2امین سناریوی پارامتر نرخ در زمان t مشخص می‌شود.
N_{i,j,s_1,s_2}	متغیر عدد صحیح که بیانگر تعداد اجزای نوع j به‌کاررفته در زیرسیستم i است.

$n_{i,j,k}$ تعداد قطعاتی از نوع j و به‌کاررفته در زیرسیستم i که در نقطهٔ شکست k به آن تخفیف تعلق می‌گیرد.

$c_{i,j,s_1,s_2,k}$ قیمت هر واحد از اجزای نوع j به‌کاررفته در زیرسیستم i که در s_1امین سناریوی پارامتر قیمت و s_2امین سناریوی پارامتر نرخ خرابی براساس تخفیف kامین نقطهٔ شکست تعیین شده است.

t تعداد نقاط شکست.

k اندیس شمارندهٔ نقطهٔ شکست.

$\lambda_{i,j,s_1,s_2,k}$ متغیر باینری که هرگاه تخفیف بازه‌ای برای jامین نوع قطعه در زیرسیستم i در نقطهٔ شکست k درنظر گرفته شود، معادل ۱ و در غیر این صورت معادل صفر است.

M مقداری بزرگ فرض می‌شود.

$R(s_1,s_2)$ پایایی کل سیستم مطابق با s_1امین. سناریوی پارامتر قیمت و s_2امین سناریوی پارامتر نرخ.

$C(s_1,s_2)$ هزینهٔ کل سیستم مطابق با s_1امین سناریوی پارامتر قیمت و s_2امین سناریوی پارامتر نرخ.

p_{s_1} احتمال رخداد s_1امین سناریو برای پارامتر قیمت.

p_{s_2} احتمال رخداد s_2امین سناریو برای پارامتر نرخ.

v_{s_1,s_2} اگر به ازای s_1امین سناریوی پارامتر قیمت و، s_2امین سناریوی پارامتر نرخ محدودیت احتمالی (هزینه یا پایایی) رعایت نشود، معادل ۱ است و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

S_1 تعداد سناریوهای ممکن برای پارامتر غیرقطعی هزینه.

S_2 تعداد سناریوهای ممکن برای پارامتر غیرقطعی نرخ.

s_1 اندیس شمارندهٔ سناریو برای پارامتر غیرقطعی هزینه.

s_2 اندیس شمارندهٔ سناریو برای پارامتر غیرقطعی نرخ.

توابع هدف

تابع هدف مدل اول بیانگر هزینهٔ کل خرید قطعات سیستم مورد نظر با توجه به تخفیفات کلی است که قیمت خرید قطعات مورد نیاز نوع j برای iامین زیرسیستم، به تعداد کل قطعات خریداری‌شده وابسته است و اندیس k به شمارهٔ نقطهٔ شکست در نمودار تخفیفات بازه‌ای اشاره دارد. رابطهٔ ریاضی مربوط به هزینهٔ کل سیستم و امید ریاضی آن به ترتیب در روابط ۴ و ۵ ملاحظه می‌شود:

$$C(s_1,s_2)= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{T_i}\sum_{k=1}^{t} c_{i,j,s_1,s_2,k}\times\lambda_{i,j,s_1,s_2,k}\times N_{i,j,s_1,s_2} \quad \forall s_1=1,2,..,S_1,\ \forall s_2=1,2,..,S_2 \tag{۴}$$

$$E\left(C(s_1,s_2)\right)= \sum_{s_1=1}^{S_1}\sum_{s_2=1}^{S_2} p_{s_1}\times p_{s_2}\times C(s_1,s_2) \tag{۵}$$

$$\begin{aligned}R(s_1,s_2)= &\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{T_i}\sum_{q=1}^{n_{\max}}\Bigg(\ln\Bigg[r_{i,j,s_1,s_2}(t) +\rho_{i,j}(t)\times\exp\left(-\lambda_{i,j,s_1,s_2}\times t\right)\times \sum_{l=k_{i,j}}^{(k_{i,j}\times q)-1}\frac{\left(\lambda_{i,j,s_1,s_2}\times t\right)^l}{l!}\Bigg]\times X_{i,j,q,s_1,s_2}\\ &+\ln\left[1-\left(1-r_{i,j,s_1,s_2}(t)\right)^q\right]\times Y_{i,j,q,s_1,s_2}\Bigg) \quad \forall s_1=1,2,..,S_1,\ \forall s_2=1,2,..,S_2\end{aligned} \tag{۶}$$

$$E\left(R(s_1,s_2)\right)= \sum_{s_1=1}^{S_1}\sum_{s_2=1}^{S_2} p_{s_1}\times p_{s_2}\times R(s_1,s_2) \tag{۷}$$

$$r_{i,j,s_1,s_2}(t)=\exp\left(-\lambda_{i,j,s_1,s_2}\times t\right)\times \sum_{l=0}^{k_{i,j}-1}\frac{\left(-\lambda_{i,j,s_1,s_2}\times t\right)^l}{l!} \tag{۸}$$

در تابع هدف مدل دوم، قابلیت اطمینان یک سیستم سری- موازی با انتخاب راهبرد مازاد، نوع اجزا و سوئیچ ناقص در معادلهٔ ۶ بیان می‌شود که امید ریاضی آن نیز در رابطهٔ ۷ آمده است. رابطهٔ ۶، دو قسمت دارد که قسمت اول با راهبرد آماده‌به‌کار سرد مطابقت دارد و قسمت دوم به راهبرد فعال مربوط می‌شود. راهبرد سرد نیز شامل ۲ جمله است. جملهٔ اول، $r_{i,j,s}$ قابلیت اطمینان جزء j به کاررفته در زیرسیستم i مطابق با سناریوی s در زمان t است و به این احتمال اشاره دارد که به هیچ عضو مازادی نیاز نیست. جملهٔ بعدی بین 1 تا q-1 خرابی را درنظر می‌گیرد. با توجه به اینکه زمان‌های خرابی از توزیع ارلنگ پیروی می‌کند و قابلیت اطمینان اجزاء با توزیع زمان خرابی ارلنگ به‌صورت رابطهٔ ۸ محاسبه

می‌شود [۸]، در این رابطه k_{ij} بیانگر پارامتر شکل توزیع شکست قطعهٔ نوع j در iامین زیرسیستم است.

محدودیت‌های مشترک در دو مدل

مجموعه محدودیت‌های ۹ تا ۱۶ که در ادامه آمده، در هر دو مدل مورد نظر مشترک است که در این بخش به شرح رابطهٔ ریاضی مربوط به هریک از این محدودیت‌ها پرداخته می‌شود. محدودیت ۹ تعداد اجزا را در هر زیرسیستم با توجه به متغیرهای باینری محاسبه می‌کند. در محدودیت ۱۰ مشاهده می‌شود که وزن کل اجزا در تمامی زیرسیستم‌های کوچک‌تر، مساوی وزن کل ازپیش تعیین‌شده برای کل سیستم است.

$$N_{i,j} = \sum_{q=1}^{n_{\max}} q \times \left(X_{i,j,q,s_1,s_2} + Y_{i,j,q,s_1,s_2} \right)$$
$$\forall i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,T_i \qquad (۹)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{T_i} w_{i,j} \times N_{i,j,s_1,s_2} \le W \qquad (۱۰)$$

$$N_{i,j,s_1,s_2} \ge \lambda_{i,j,s_1,s_2,k} \times n_{i,j,k-1}$$
$$\forall i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,T_i,\ k = 1,2,\dots,t \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{k=1}^{t} \lambda_{i,j,s_1,s_2,k} = 1$$
$$\forall i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,T_i \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{q=1}^{n_{\max}} \sum_{j=1}^{T_i} \left(X_{i,j,q,s_1,s_2} + Y_{i,j,q,s_1,s_2} \right) = 1 \qquad (۱۳)$$

$$X_{i,j,q,s_1,s_2} = 0$$
$$\forall i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,T_i \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{j=1}^{T_i} N_{i,j,s_1,s_2} \ge 1 \quad \forall i = 1,2,\dots,m \qquad (۱۵)$$

$$X_{i,j,q,s_1,s_2}, Y_{i,j,q,s_1,s_2}, \lambda_{i,j,s_1,s_2,k} \in \{0,1\}$$
$$i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,T_i,\ q = 1,2,\dots,n_{\max},\ k = 1,2,\dots,t \qquad (۱۶)$$

مجموعه محدودیت‌های ۱۱، تخفیف بازه‌ای را برای تعداد خریدها معین می‌کند. اگر kامین تخفیف بازه‌ای درنظر گرفته شود،k-1امین تخفیف بازه‌ای به نقطهٔ شکست بالاتر خود می‌رسد؛ به عبارت دیگر تخفیف بازه‌ای تنها زمانی فعال می‌شود که فاصلهٔ قبلی خود را به حداکثر مقدار ممکن برساند. در مجموعهٔ محدودیت ۱۲ می‌بینیم که برای هر زیرسیستم، تنها یک تخفیف بازه‌ای درنظر گرفته می‌شود. محدودیت ۱۳ نشان می‌دهد در هر زیرسیستم می‌توان ترکیبی از انواع قطعات را با راهبرد مازاد یکسان به‌کار گرفت. با توجه به محدودیت ۱۴ نیز باید توجه داشت که در حالت راهبرد آماده‌به‌کار، تعداد اجزا بیشتر از ۱ عدد باشد، همچنین در مجموعه محدودیت ۱۵، از ماهیت عدد صحیح تعداد اجزایی که باید برای هر زیرسیستم خریداری شود پشتیبانی می‌شود که تعداد آن حداقل یک عدد است. مجموعه محدودیت ۱۶ نیز ماهیت باینری را نشان می‌دهد.

فرم کلی مدل اول

در این مدل محدودیت مربوط به پایایی که به‌صورت احتمالی درنظر گرفته شده، به این معناست که لزومی ندارد این محدودیت به ازای تمامی سناریوها برقرار باشد. فرض می‌شود محدودیت ذکرشده با احتمال حداقل $1-\alpha$ برقرار است.

مدل موردنظر به‌صورت زیر نوشته شد که در آن محدودیت ۱۸ و ۱۹ تضمین می‌کنند پایایی کل سیستم حداقل $R(s_1,s_2)$ باشد که برای ۱۰۰ سناریو (S=۱۰۰) بررسی خواهد شد.

$$Z_1 = E\left(C\left(s_1,s_2\right)\right) \qquad (۱۷)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{T_i} \sum_{q=1}^{n_{\max}} \Bigg(\ln\Bigg[r_{i,j,s_1,s_2}(t) + \rho_{i,j}(t) \times \exp\left(-\lambda_{i,j,s_1,s_2} \times t\right) \times \sum_{l=k_{i,j}}^{(k_{i,j}\times q)-1} \frac{\left(\lambda_{i,j,s_1,s_2} \times t\right)^l}{l!} \Bigg] \times X_{i,j,q,s_1,s_2}$$
$$+ \ln\left[1-\left(1-r_{i,j,s_1,s_2}(t)\right)^q\right] \times Y_{i,j,q,s_1,s_2} \Bigg) + M v_{s_1,s_2} \ge \ln\left(R\left(s_1,s_2\right)\right)$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1,\ s_2 = 1,2,..,S_2 \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{s_1=1}^{S_1} \sum_{s_2=1}^{S_2} p_{s_1} \times p_{s_2} \times v_{s_1,s_2} \le \alpha$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1,\ s_2 = 1,2,..,S_2 \qquad (۱۹)$$

$$v_{s_1,s_2} \in \{0,1\}$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1,\ s_2 = 1,2,..,S_2 \qquad (۲۰)$$

فرم کلی مدل دوم

در این بخش نیز مشابه حالت قبل عمل شده است، با این تفاوت که این بار محدودیت احتمالی برای هزینهٔ کل سیستم تشکیل می‌شود که مدل مورد نظر به‌صورت روابط ریاضی ۲۱ تا ۲۴ قابل ملاحظه است.

$$Z_1 = E\left(R\left(s_1, s_2\right)\right) \quad (۲۱)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{T_i}\sum_{k=1}^{t} c_{i,j,s_1,s_2,k} \times \lambda_{i,j,s_1,s_2,k} \times N_{i,j,s_1,s_2} - Mv_{s_1,s_2} \le C\left(s_1,s_2\right)$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1, s_2 = 1,2,..,S_2 \quad (۲۲)$$

$$\sum_{s_1=1}^{S_1}\sum_{s_2=1}^{S_2} p_{s_1} \times p_{s_2} \times v_{s_1,s_2} \le \alpha$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1, s_2 = 1,2,..,S_2 \quad (۲۳)$$

$$v_{s_1,s_2} \in \{0,1\}$$
$$\forall s_1 = 1,2,..,S_1, s_2 = 1,2,..,S_2 \quad (۲۴)$$

محدودیت‌های ۹ تا ۱۶ نیز که در بخش قبلی ارائه شد، به‌طور مشترک در هر دو مدل به‌کار برده می‌شود.

به‌منظور ایجاد پارامترهای تصادفی مربوط به قیمت با توجه به مقالهٔ قلیچی [۲۶]، توزیع یکنواخت برای نشان‌دادن پراکندگی داده‌های مورد نظر مناسب است، همچنین برای تولید مقادیر تصادفی مربوط به نرخ خرابی قطعات با توجه به مقالهٔ امیری و خواجه [۲۷] توزیع نمایی قادر خواهد بود رفتار داده‌ای مربوط به نرخ خرابی را که در تحقیق حاضر نیز به‌کار گرفته شده است به‌خوبی توصیف کند. در جداول ۲ و ۳ توزیع پارامترهای مذکور مشاهده می‌شود. پارامترهای مربوط به هر توزیع براساس این تعیین شده که مقادیر متناظر تولیدشده از هریک، در محدودهٔ داده‌های قطعی موجود در مراجع ۲۴ و ۲۵ قرار بگیرد (در جدول ۳ توزیع هزینه برای نقاط شکست دوم و سوم در همهٔ قطعات و در تمام زیرسیستم‌ها، به‌ترتیب ضریب ۰٫۷۵ و ۰٫۵ دارد).

جدول ۲. توزیع پارامتر نرخ خرابی قطعات براساس نوع قطعه

j	توزیع مورد استفاده برای نرخ خرابی
a	$\lambda_{i,j,s_1,s_2} \sim \exp(0.001)$
b	$\lambda_{i,j,s_1,s_2} \sim \exp(0.002)$
v	$\lambda_{i,j,s_1,s_2} \sim \exp(0.003)$

جدول ۳. توزیع هزینهٔ انواع قطعات در نقاط شکست

j	توزیع مورد استفاده برای هزینه
a	$c_{i,j,s_1,s_2,1} \sim U[7,9]$
b	$c_{i,j,s_1,s_2,1} \sim U[4,6]$
v	$c_{i,j,s_1,s_2,1} \sim U[1,3]$

سایر اطلاعات مسئلهٔ مورد نظر به صورت زیر است:

۱. حد بالای محدودیت وزن، معادل ۲۷ گرم درنظر گرفته شده است.

۲. حداکثر تعداد قطعات مجاز در هر زیرسیستم ۸ است.

۳. نوع قطعه با اسامی دلخواه *d, e,* m برای گزینش در هر زیرسیستم موجود است.

۴. زمان مأموریت ۱۰۰ ساعت درنظر گرفته شده است.

۵. حداقل پایایی و حداکثر هزینهٔ مورد انتظار به‌ترتیب ۰٫۹۸ و ۲۵ است.

۶. محاسبات دو مدل برای ۱۰۰ سناریو بررسی شده است.

نتایج پژوهش

با توجه به مطالب پیشین، در این پژوهش ۲ مدل به‌منظور حداکثرسازی پایایی و حداقل‌سازی هزینهٔ کل سیستم ارائه شده است. در هر دو مدل میزان بهینهٔ تابع هدف با مشخص‌کردن تعداد قطعات آماده‌به‌کار سرد و گرم به‌گونه‌ای حاصل می‌شود که سیاست تخفیفات کلی در تعیین قیمت هریک از قطعات درنظر گرفته شود، علاوه‌بر این به‌منظور نزدیک‌ترکردن مسئلهٔ مورد نظر (تخصیص مازاد) به شرایط دنیای واقعی، عدم قطعیت پارامترها (نرخ خرابی و هزینه) با تولید مقادیر تصادفی ایجاد شده که برای مقابله با پارامترهای غیرقطعی، رویکرد برنامه‌ریزی احتمالی (محدودیت احتمالی) به‌کار گرفته شده است.

به‌منظور ارزیابی مدل‌های پیشنهادشده، مقادیر تابع هدف دو مدل را به ازای ۵ سطح اطمینان متفاوت بررسی، و برای حل دقیق مدل‌های مذکور از نرم‌افزار GAMS استفاده کردیم. نتایج آن درادامه در جدول ۴ ملاحظه می‌شود. نتایج مربوط به تحلیل دو مدل به ازای مقادیر مختلف آلفا بیانگر این است که با افزایش میزان آلفا در مسائل مینیمم‌سازی (هزینه‌محور)، شانس شدنی‌بودن محدودیت مربوط به پایایی کاهش می‌یابد و تابع هدف مقدار کمتری را برای خود درنظر می‌گیرد،

همچنین در مسائل ماکزیمم‌سازی (در اینجا حداکثرسازی پایایی سیستم) با افزایش مقدار آلفا، شانس شدنی‌بودن محدودیت مربوط به هزینه کاهش می‌یابد یا به عبارت دیگر محدودیت‌ها بازتر می‌شود و تابع هدف مقدار بیشتری خواهد گرفت. همان‌طور که در بخش‌های قبل گفته شد از آنجا که در رویکرد محدودیت احتمالی، محدودیت مورد نظر تنها به ازای درصدی از مشاهدات باید برقرار باشد، می‌توان انتظار داشت که با به‌کارگیری این رویکرد زمان حل مدل که مسئله‌ای مهم است کاهش یابد.

جدول ۴. نتایج بهینه‌سازی هزینه و پایایی به ازای مقادیر مختلف آلفا

ردیف	α	هزینهٔ کل	پایایی کل
۱	۰,۰۰۵	۲۲,۸۵۹۶	۰,۹۹۵۷
۲	۰,۰۱	۲۲,۸۵۹۶	۰,۹۹۶۰
۳	۰,۰۵	۱۹,۷۲۳۷	۰,۹۹۹۴
۴	۰,۱	۱۹,۷۲۳۸	۰,۹۹۹۴
۵	۰,۵	۱۸,۷۲۶۴	۰,۹۹۹۴

بحث و نتیجه‌گیری

مسئلهٔ تخصیص مازاد به‌دلیل کاربردهای فراوانی که در صنایع مختلف دارد، همواره توجه محققان را به خود جلب کرده و تاکنون تحقیقات بسیاری در این زمینه انجام شده است. تمایز مدل ارائه‌شده در مقایسه با بیشتر مدل‌های پژوهش‌های پیشین در آن است که تنها در چهارچوب بهینه‌سازی قابلیت اطمینان یک سیستم منحصر و محدود نمی‌شود، بلکه کاربردهای گسترده‌ای در زمینه‌های اقتصادی، صنعتی و مدیریت تولید در شرکت‌های تولیدی بزرگ دارد. به‌منظور توسعهٔ پژوهش حاضر پیشنهاد می‌شود سیاست‌های نگهداری و تعمیرات نیز در روابط مربوط به محاسبهٔ پایایی درنظر گرفته شود. علاوه بر این، در این تحقیق زمان خرابی اجزا از توزیع ارلنگ پیروی می‌کند؛ ازاین‌رو می‌توان از سایر توزیع‌ها با توجه به شرایط مسئله استفاده کرد، همچنین می‌توان برای حل مدل به‌جز روش دقیق، الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری را نیز به‌کار برد و نتایج را با یکدیگر مقایسه کرد.

علاوه‌بر موارد ذکرشده می‌توان با تصادفی فرض‌کردن مقدار وزن قطعات، محدودیت مربوط به وزن را نیز به‌صورت احتمالی درنظر گرفت و تأثیر دو محدودیت احتمالی را با تغییرات مقادیر آلفا هم‌زمان بررسی کرد. به‌منظور تولید مقادیر غیرقطعی می‌توان رویکرد فازی (اعداد فازی مثلثی یا ذوزنقه‌ای) را نیز به‌کار برد، همچنین با توجه به اهمیت بهینه‌سازی پایایی و کاربرد آن در دنیای واقعی، به‌ویژه در بسیاری از سیستم‌های صنعتی از قبیل سیستم‌های مخابراتی، سیستم‌های انتقال، سیستم‌های الکتریکی، اکتشافات فضایی و سیستم‌های ماهواره‌ای پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی با توجه به میزان دسترسی به اطلاعات لازم در بررسی مسئلهٔ تخصیص مازاد مورد نظر، با جمع‌آوری داده‌های واقعی به مطالعهٔ چنین سیستم‌هایی نیز پرداخته شود. در این تحقیق یک مدل ریاضی با درنظرگرفتن ساختار سری- موازی برای سیستم فرضی و امکان به‌کارگیری هم‌زمان اجزا با دو راهبرد مازاد فعال و آماده از انواع مختلف در یک زیرسیستم به‌گونه‌ای ارائه شد که عدم قطعیت در پارامتر مربوط به نرخ خرابی و هزینه، به‌منظور نزدیک‌کردن جواب مدل به واقعیت نیز درنظر گرفته شد. با توجه به اینکه هدف اصلی پژوهش حاضر، ارائهٔ مدلی از طریق توسعهٔ مدل‌های پژوهش‌های پیشین در زمینهٔ RAP است، به بررسی نتایج مدل تنها با حل دقیق آن اکتفا شد، برای مطالعات آتی نیز می‌توان مدل ارائه‌شده را در ابعاد مختلف و با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری متنوع حل، و عملکرد آن‌ها را با هم مقایسه کرد.

منابع

1. Islami Baladeh, A.A., Seyed Esfahani, M.M. and Farsi, M.A. (2014). "A Scenario-Based Model for Redundancy Allocation with Choice of Redundancy Strategies", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 48, No. 1, PP. 91-98.
2. Kuo, W. and Wan, R. (2007). "Recent advances in optimal reliability allocation", *Chapter, Computational Intelligence in Reliability Engineering*, Vol. 37, No. 2 of the series Studies in Computational Intelligence, PP. 1-36.
3. Abouei Ardakan, M. and Hamadani Z. (2014). “Reliability optimization of series-parallel systems

with mixed redundancy strategy in subsystems”, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 130, No. 1, PP. 132–139.

4. Shaghaghi Nazarloo, F., Amiri, M. and Azimi, P. (2014). "Development of a simulation-based method to solve the problem of efficient allocation of surplus repairable systems", *the tenth International Conference on Industrial Engineering, Iran Industrial Engineering Society*, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran, PP. 27-28.
5. Yahyatabar Arabi, A.A and Eshraghniaye Jahromi, A. (2013). “Availability optimization of a series system with multiple repairable load sharing subsystems considering redundancy and repair facility allocation”, *International Journal of System Assurance Engineering Management*, Vol.4, No 3, PP. 262–274.
6. Soltani, R., Sadjadi S.J. and Tavakkoli-Moghaddam, R. (2014). “Interval programming for the redundancy allocation with choices of redundancy strategy and component type under uncertainty: Erlang time to failure distribution”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 244, No. 1, PP. 413-421.
7. Ghazi Mir Saeed, M., Najafi, A.A. and Shahryari, H. (2014). *"Providing exact solution of k of n on the issue of allocation strategy excess surplus", Industrial Management*, Vol. 6, No. 1, PP. 97-110.
8. Feizollahi, M.J., Soltani, R. and Feyzollahi, H. (2015). “The Robust Cold Standby Redundancy Allocation in Series-Parallel Systems With Budgeted Uncertainty",*IEEE Transactions on Reliability*., Vol. 64, No 2, PP. 1-9.
9. .Zhang, E. and Chen, Q. (2015) “Multi-objective reliability redundancy allocation in an interval environment using particle swarm optimization”, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 145, No. 1, PP. 83–92.
10. Kong, X., Gao, L., Ouyang, H., Li, S., (2015). “Solving the redundancy allocation problem with multiple strategy choices using a new simplified particle swarm optimization”, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 144, No. 1, PP. 147–158.
11. Latif Shabgahi, G. R., Aslansefat, K. and Bahar Gogani, M. (2015). "Reliability and Safety Modelling in Reliable Systems Supported with Cold Standby Spares by a Markov Model", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 49, No. 2, PP. 273-285.
12. Pourkarim Guilani, P., Azimi, P., Niaki, S.T.A., Niaki, S.A. (2016). “Redundancy allocation problem of a system with increasing failure rates of components based on Weibull distribution: a simulation-based optimization approach”, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 152, No. 1, PP. 187–196.
13. Chatwattanasiri, N., Coit, D.W. and Wattanapongsakorn, N. (2016). “System redundancy optimization with uncertain stress-based component reliability: Minimization of regret”, *Reliability Engineering and System Safety*., Vol. 154, No. 1, PP. 73-83.
14. Jahromi, A.E. and Feizabadi, M. (2017). “Optimization of multi-objective redundancy allocation problem with non-homogeneous components”, *Computers & Industrial Engineering*., Vol. 108, No. 1, PP. 111–123.
15. Gholinezhad., H. and Zeinal Hamadani, A. (2017). “A new model for the redundancy allocation problem with component mixing and mixed redundancy strategy”, *Reliability Engineering and System Safety*., Vol. 164, No. 1, PP.66–73..
16. Xiang, Q., Shaukat, Ali., Tao, Y. , Li, Zh., (2017). “Reliability-redundancy-location allocation with maximum reliability and minimum cost using search techniques”, *Information and Software Technology*, Vol. 82, No. 1, PP. 36–54.
17. Huang, C.L. (2015). “A particle-based simplified swarm optimization algorithm for reliability redundancy allocation problems”, *Reliability Engineering and System Safety*., Vol. 142, No. 1, PP. 221-230.
18. Faghih-Roohi, S., Xie, M., Ng, K. M., & Yam, R. C. (2015). “Dynamic availability assessment and optimal component design of multi-state weighted k-out-of-n systems”, *Reliability Engineering and System Safety*., Vol. 123, No. 1, PP. 57-62.
19. Salmasnia ،A., Ameri ،E. and Akhavan Niaki, T. (2015). “A Robust Loss Function Approach for a

Multi-Objective Redundancy Allocation Problem", *Applied Mathematical Modelling*, Vol.40, No 1, PP. 635–645.

20. Azadeh, A., Shoja, B. M., Ghanei, S., & Sheikhalishahi, M. (2015). "A multi-objective optimization problem for multi-state series-parallel systems: A two-stage flow-shop manufacturing system", *Reliability Engineering and System Safety*., Vol. 136, No. 1, PP. 62-74.
21. Mogulkoc, T. and W.Coit, D. (2011). "System Reliability Optimization Considering Uncertainty: Minimization of the Coefficient of Variation for Series-Parallel Systems", *IEEE Transactions ON Reliability*, Vol. 60, No. 3, PP. 667 – 674.
22. Smith, C.O. (1976). "Introduction to Reliability in Design" 1th. Ed", *Chapter 4&5, McGraw-Hill Pub. Co.*, New York.
23. Ekhtiari, M. (2010). "multi-objective Contingency planning for optimization problem to determine the number of manpower in production systems workshop", *Journal of Industrial Management Studies*, Vol. 19, No. 1, PP. 189 to 216.
24. Soltani, R., Sadjadi, J. and Tofigh, A.A. (2013). "A model to enhance the reliability of the serial parallel systems with component mixing", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38, No. 3, PP. 1064–1076.
25. Sadjadi, J. and Soltani, R (2014). "Minimum-Maximum regret redundancy allocation with the choice of redundancy strategy and multiple choice of component type under uncertainty", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 79, No. 1, PP. 204–213.
26. Ghelich, I. and Ghelich, F. (2015). "The chance of solving approach and two-stage constraints in the allocation of multi-period model Mkanyaby- blood facilities with uncertainties in demand", *Eighth International Conference of Iranian Operations Research Society*, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, pp. 63-66.
27. Amiri, M and Khajeh, M, (2015). "Developing a bi-objective optimization model for solving the availability allocation problem in repairable series–parallel systems by NSGA II", *Journal of Industrial Engineering International*, March 2016, Vol. 12, No. 1, PP. 61–69.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Redundancy Allocation Problem (RAP)
2. Mixed Integer Programming (MIP)
3. RAP with Multiple Strategy Choices (RAP MSC)
4. Particle Swarm Optimization (PSO)
5. Simplified Particle Swam Optimization (SPSO)
6. Alternating Variable Method (AVM)