

# حل مسئله چندهدفه مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن ویژگی‌های غیرقطعی نقاط بالقوه و مسیرها با استفاده از روش تجزیه بندرز

سعید عباسی پاریزی<sup>۱</sup>، مجید امین نیری<sup>۲\*</sup> و مهدی بشیری<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشکده مهندسی صنایع و تحلیل سیستم‌های دانشگاه  
امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

<sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشکده مهندسی صنایع و تحلیل سیستم‌های دانشگاه امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

<sup>۳</sup> دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد

(تاریخ دریافت ۹۲/۳/۲۵ - تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۳/۲/۶ - تاریخ تصویب ۹۳/۷/۲۶)

## چکیده

در این پژوهش مسئله مکان‌یابی چندهدفه تسهیلات هاب با در نظر گرفتن ویژگی‌های غیر قطعی نقاط بالقوه و مسیر، با تابع هدف اول، به صورت کمینه‌کردن مجموع هزینه ثابت استقرار تسهیلات هاب، به علاوه هزینه احتمالی حمل‌ونقل، و تابع هدف دوم، به صورت کمینه‌کردن معیارهای عدم اطمینان شبکه، مدل شده است. در این مطالعه، شاخص‌هایی از قبیل شرایط آب‌وهوایی، امنیت، نرخ تبادل ارز، و شرایط اضطراری مسیر به منزله معیارهای ایجاد عدم اطمینان بر اساس سناریوهای احتمالی تعریف و در ادامه با تابع توزیع احتمال نرمال تقریب زده شد. همچنین، در مدل پیشنهادی، سطح سرویس<sup>۱</sup> برای معیارهای عدم اطمینان شبکه در قالب محدودیت‌های احتمالی<sup>۲</sup> در نظر گرفته شد. الگوریتم تجزیه بندرز<sup>۳</sup> برای حل مدل پیشنهادی به کار رفت. برای ارزیابی عملکرد این روش، نتایج حاصل از حل مدل توسط الگوریتم تجزیه بندرز با حل آن توسط یک نرم‌افزار تجاری مقایسه شد. نتایج نشان داد روش تجزیه بندرز توانایی حل مدل پیشنهادی با اندازه‌های مختلف را دارد؛ در حالی که این مدل فقط در اندازه‌های کوچک با نرم‌افزار قابل حل است.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم تجزیه بندرز، برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای، محدودیت احتمالی، مسئله مکان‌یابی چندهدفه هاب.

## مقدمه

یکی از مطالعات انجام‌شده، رویکردی جدید در مواجهه با مسئله مکان‌یابی شبکه هاب ظرفیت‌دار با تخصیص یگانه اخذ شد؛ به این صورت که تابع هدف دومی، با ماهیت کمینه‌سازی زمان سرویس‌دهی هر گره هاب به واحد جریان ورودی، به مدل اضافه و به جای آن محدودیت ظرفیت از مسئله حذف می‌شود. گفتنی است این تابع هدف با دو رویکرد کمینه‌کردن مجموع زمان‌های سرویس‌دهی و کمینه‌کردن بیشینه زمان‌های سرویس‌دهی تعریف می‌شود [۱].

اغلب مدل‌هایی که عدم قطعیت در آن‌ها لحاظ شده، به دلیل نبود اطلاعات کامل مسئله یا

مسائل مکان‌یابی هاب نقشی مؤثر در بهبود کارایی سیستم‌های حمل‌ونقل دارند. نقاط میانی، که هاب نامیده می‌شوند، وظیفه جمع‌آوری، مرتب‌سازی، و توزیع به نقاط مصرف را دارند؛ به گونه‌ای که حمل‌ونقل بین هاب‌ها هزینه بسیار کمتری دارد و عملاً سیستم حمل‌ونقل را به استفاده از هاب به جای انتقال مستقیم تشویق می‌کند.

مسائل مکان‌یابی هاب را می‌توان به دو دسته کلی مسائل تک‌هدفه و مسائل چندهدفه تقسیم کرد. مسائل چندهدفه<sup>۴</sup>، برخلاف مسائل تک‌هدفه، کمتر مطالعه شده‌اند؛ که در این پژوهش بیشتر بررسی می‌شوند. در

میان<sup>۸</sup> به صورت تصادفی فرض شد [۵]. در پژوهشی دیگر مسئله مکان‌یابی تولید با تقاضای تصادفی در قالب مدل تصادفی دومرحله‌ای فرمول‌بندی شد [۶]. همچنین، در مطالعات صورت‌گرفته جهت مواجهه با بحران و واکنش به آن در شبکه حمل‌ونقل، یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای ارائه شد [۷]. در پژوهشی دیگر، رویکردی مبتنی بر سناریو<sup>۹</sup> برای مسائل مکان‌یابی بررسی و تابع هدف به صورت کمینه‌کردن میانگین هزینه تعریف شد [۸]. در پژوهش‌های بعدی الگوریتمی برای مسئله p-هاب میان چند سناریویی ارائه شد. این الگوریتم به صورت الگوریتمی قطعی با  $|S_x|$  مشتری به جای  $|I|$  مشتری مسئله را حل می‌کند [۹، ۱۰]. در مطالعه‌ای دیگر الگوریتمی بهینه، که از روش تجزیه L-Shape استفاده می‌کند، معرفی شد [۱۱]. در ادامه مسئله p-هاب مرکز تصادفی<sup>۱۰</sup> معرفی و یک فرمول‌بندی محدودیت احتمالی جهت مدل‌سازی کمینه‌کردن زمان سفر کل ارائه شد. دلیل تصادفی فرض کردن زمان سفر این بود که مسیریابی در طولانی‌مدت به طور مکرر ادامه دارد و همانند استقرار تسهیلات هاب یک بار صورت نمی‌پذیرد. بنابراین، می‌تواند الگوی تغییرات و تابع توزیع داشته باشد. همچنین مسئله، با فرض اینکه زمان سفر متغیری تصادفی و مستقل با تابع توزیع نرمال است، در قالب برنامه‌ریزی خطی مرکب عدد صحیح فرمول‌بندی و در انتها الگوریتمی ابتکاری جهت پیدا کردن جواب شدنی برای فواصلی با بیش از بیست و پنج گره نیز پیشنهاد شد [۱۲]. در تحقیقی دیگر یک مدل تصادفی برای مسئله مکان‌یابی شبکه هاب هوایی و برنامه‌ریزی مسیر هوایی، با در نظر گرفتن تقاضای متغیر فصلی، ارائه و مسئله در قالب یک برنامه‌ریزی دومرحله‌ای فرمول‌بندی شد. تصمیمات استراتژیک مرحله اول در ارتباط با مکان‌یابی تسهیلات هاب هوایی و تصمیمات مرحله دوم مسیریابی شبکه بر اساس تقاضای متغیر تعیین می‌شود. عدم قطعیت در تقاضا با فاکتور تخفیف تعریف‌شده روی یال‌ها در نظر گرفته می‌شود. به‌علاوه، مدل اجازه می‌دهد گره‌های غیر هاب به طور مستقیم

غیرقطعی بودن داده‌ها، مسئله را نسبت به مدل‌های قطعی کارتر فرمول‌بندی می‌کنند. در مسائل مکان‌یابی هاب نیز اغلب انتخاب مکان تسهیلات هاب یک تصمیم‌گیری استراتژیک بلندمدت است که بر اساس آن جهت انتخاب مسیر در گام بعد تعیین می‌شود و لازم است تصمیم‌گیری درباره مکان‌یابی دوباره به‌هنگام شود. معمولاً پارامترهایی مانند میزان تقاضا و هزینه آماده‌سازی تسهیلات هاب می‌توانند به صورت غیر قطعی فرض شوند. مسائل غیر قطعی به دو دسته کلی بهینه‌سازی تصادفی<sup>۵</sup> و بهینه‌سازی پایدار<sup>۶</sup> تقسیم می‌شوند. اگر متغیرهای تصادفی از الگوی تغییرات خاصی پیروی کنند، در دسته اول و اگر داده‌های تصادفی دارای تابع توزیع مشخص نباشند، در دسته دوم قرار می‌گیرند [۲]. در این خصوص، مطالعات پیشین فرض‌هایی همچون ظرفیت تسهیلات و نوع تخصیص و مواردی نظیر آن را بررسی کرده‌اند. در تحقیقی دیگر، مدلی با رویکرد مدیریت نامتمرکز جهت طراحی شبکه هاب ارائه شد که در آن شرکت‌های حمل‌ونقل، با توجه به معیارهای خاص خود، از جمله هزینه و زمان و ترافیک، مسیر را انتخاب می‌کنند. با توجه به شرایط خاص هر شرکت، ایجاد مسیرهای مستقیم بین مبدأ و مقصد نیز مجاز است. جهت حل مسئله لازم است هر شرکت احتمال انتخاب مسیر هاب به هاب را به منزله پارامتر مشخص تعریف کند. گفتنی است در مطالعه مذکور شاخص‌های تعریف‌شده در قالب هزینه مسیر، و نه به طور مستقیم، در مدل وارد شدند [۳]. در مطالعه‌ای دیگر شبکه حمل‌ونقل هوایی مدنظر قرار گرفت و فرودگاه‌ها هاب فرض شدند. سیستم صف M/D/C در مدل‌سازی لحاظ شد و فرودگاه‌ها خدمت‌دهنده‌های سیستم در نظر گرفته شدند. تعداد هواپیماهایی که در این صف می‌توانند وجود داشته باشند به صورت یک محدودیت احتمالی در نظر گرفته شدند. همچنین یک فرمول‌بندی برنامه‌ریزی خطی مرکب عدد صحیح معرفی و یک رویه ابتکاری (جست‌وجوی ممنوعه)<sup>۷</sup> به منزله روش حل پیشنهاد شد [۴]. در تحقیقی دیگر، زمان سفر در مسئله هاب

هاب تخصیص یگانه با در نظر گرفتن سطوح ظرفیتی مختلف برای گره‌های هاب بررسی شد. جهت کمینه‌سازی مجموعه هزینه‌های ثابت استقرار و حمل‌ونقل، مدل در قالب برنامه‌ریزی خطی آزاد شده فرمول‌بندی و از برخی تکنیک‌ها برای کاهش حجم مدل استفاده می‌شود [۱۸]. در مطالعه‌ای دیگر الگوریتم تجزیه بندرز برای حل مسئله مکان‌یابی شبکه هاب با مسافت‌های طولانی توسعه داده شد [۱۹]. در مطالعه جدیدی مدل مکان‌یابی هاب، در حالت تخصیص یگانه و چندگانه، با تقاضای احتمالی و وابسته به سناریو و هزینه احتمالی و وابسته به سناریو با رویکرد کمینه‌کردن حداکثر تأسفات‌ها<sup>۱۶</sup> در نظر گرفته شد. مسئله برای مقادیر فاکتورهای تخفیف مختلف بررسی و در انتها تصمیم‌گیرنده، با توجه به روند تغییرات این فاکتور، مدل را انتخاب می‌کند [۲۰]. در تحقیقی دیگر مسئله مکان‌یابی هاب در فضای عدم قطعیت آماری، ناشی از تقاضا و هزینه جابه‌جایی، بررسی شد. در این پژوهش سه حالت برای مدل مطرح شده است. در حالت اول تقاضا تصادفی و میانگین آن مشخص است. در حالت دوم هزینه جابه‌جایی تصادفی و ناشی از پارامتری خاص است که با توجه به این موضوع می‌توان با به‌دست‌آوردن میانگین این پارامتر و جای‌گذاری آن در روابط مسئله را حل کرد. در حالت سوم، که موضوع اصلی پژوهش است، هزینه جابه‌جایی وابسته به هیچ پارامتری نیست؛ بنابراین امکان به‌دست‌آوردن میانگین به‌راحتی وجود ندارد. باید ابتدا نمونه‌گیری و سپس بر اساس آن مدل حل شود. برای انتخاب اندازه نمونه از روش تخمین میانگین نمونه‌گیری<sup>۱۷</sup> استفاده می‌شود. پس از انتخاب اندازه نمونه مدل، مسئله با استفاده از روش تجزیه بندرز حل می‌شود [۲]. تحقیقات دیگری نیز در ارتباط با مسائل مکان‌یابی، که در فضای عدم قطعیت مدل‌سازی شده‌اند، وجود دارد (مراجعه شود به ۲۱-۲۳). در جدول ۱ خلاصه‌ای از مشخصات تحقیقات صورت‌گرفته در زمینه مسائل چندهدفه و غیر قطعی در حوزه مکان‌یابی هاب می‌آید و با مدل پیشنهادی مقایسه می‌شود.

به هم متصل شوند. مسئله در قالب یک برنامه‌ریزی خطی مرکب عدد صحیح، تحت شرایطی که تقاضا با توزیع گسسته شامل سه سناریوی احتمالی فرض شود، فرمول‌بندی شد [۱۳]. در تحقیقی دیگر مدلی تصادفی ارائه شد که هزینه حمل را تصادفی فرض می‌کند. البته عاملی که باعث متغیربودن هزینه می‌شود فاصله است و عملاً می‌توان گفت فاصله را تصادفی فرض می‌کند [۱۴]. در مطالعه‌ای دیگر یک مدل احتمالی مکان‌یابی زنجیره تأمین با ادغام ریسک، در حالی که هزینه و تصمیم تخصیص تحت سناریوهای گسسته است، ارائه شد. هدف پیدا کردن جوابی با کمترین متوسط هزینه کل بود؛ شامل هزینه ثابت استقرار، حمل کالا، نگهداری موجودی، و نگهداری ذخیره اطمینان. در این مدل هزینه حمل احتمالی و تحت سناریو است. در انتها یک روش آزادشده لاگرانژ<sup>۱۱</sup> برای حل مدل پیشنهاد شده است [۱۵]. در مطالعات اخیر یک  $p$ -مدل به صورت کمینه‌کردن ریسک، طوری که تقاضا به صورت احتمالی با تابع توزیع مشخص فرض شود، توسعه داده شده است. همچنین مدل تک‌مرحله‌ای برنامه‌ریزی صفر و یک<sup>۱۲</sup> قطعی معادلی با استفاده از استانداردسازی برای مسئله توسعه داده شده است. در انتها این مدل با الگوریتم شاخه و کران<sup>۱۳</sup> حل می‌شود [۱۶]. در تحقیقی دیگر مسئله مکان‌یابی شبکه هاب با تخصیص یگانه<sup>۱۴</sup> در حالت وجود ازدحام در صف بررسی شد. در این مطالعه هزینه جابه‌جایی و تقاضا به صورت غیر قطعی فرض شده است. هزینه با دو ضابطه، که وابسته به افراد ورودی به صف است، افزایش یافته که ناشی از میزان ورود تصادفی به صف است. افزایش هزینه با افزایش نرخ ورود از دو ضابطه پیروی می‌کند که یکی از آن‌ها به صورت نمایی و دیگری به صورت خطی افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در تابع هدف هزینه به صورت تابعی از میزان ورود در نظر گرفته شده است، حل مدل با مشکل مواجه می‌شود. بنابراین، از ترکیب روش تجزیه بندرز و تقریب بیرونی<sup>۱۵</sup> جهت جریمه و حل مدل برای فواصل بزرگ در زمان منطقی استفاده می‌شود [۱۷]. در تحقیق دیگری مدل مکان‌یابی شبکه

## جدول ۱. تحقیقات صورت گرفته در زمینه مسائل چندهدفه و غیر قطعی

مرجع	نوع تابع هدف	جنس تابع هدف	پارامتر غیر قطعی	رویکرد حل
۱	چندهدفه	ک ه ک ز	-	رویکرد تصمیم‌گیری تعاملی <sup>۱۸</sup>
۳	تک‌هدفه	ک ه	هزینه جابه‌جایی	-
۴	"	ک ه	تعداد هواپیماهای ورودی به فرودگاه‌ها	رویه ابتکاری جستجوی ممنوعه
۱۲	"	ک ز	زمان	Radial heuristic & Teitz-Bart heuristic
۱۳	"	ک ه	تقاضا	رویکرد جواب ابتکاری
۱۴	"	ک ه	هزینه جابه‌جایی	روش تقریب حدی تابع توزیع <sup>۱۹</sup>
۱۵	"	ک ه	هزینه ثابت استقرار، جابه‌جایی، نگهداری موجودی، نگهداری ذخیره اطمینان	روش آزادشده لاگرانژ
۱۶	"	بیشینه‌کردن سطح سرویس هزینه	تقاضا	روش شاخه و کران
۱۷	"	ک ه	هزینه جابه‌جایی و تقاضا	الگوریتم ترکیبی تجزیه بندرز و تقریب بیرونی
۱۸	"	ک ه	-	استفاده از تکنیک کاهش ابعاد مسئله <sup>۲۰</sup>
۱۹	"	ک ه	-	الگوریتم تجزیه بندرز
۲۰	"	ک ب ه	تقاضا و هزینه	-
۲	"	ک ه	تقاضا و هزینه جابه‌جایی	الگوریتم تجزیه بندرز
مدل پیشنهادی	چندهدفه	ک ه ک ر	هزینه جابه‌جایی و معیارهای مربوط به نقاط استقرار تسهیلات هاب و مسیرها	الگوریتم تجزیه بندرز

ک ه: کمینه‌کردن هزینه، ک ز: کمینه‌کردن زمان، ک ر: کمینه‌کردن ریسک، ک ب ه: کمینه‌کردن بیشترین هزینه

و هزینه حمل‌ونقل و همچنین کمینه‌کردن مجموع معیارهای عدم اطمینان نقاط بالقوه هاب و معیارهای عدم اطمینان مسیر. گفتنی است مکان‌یابی تسهیلات هاب با توجه به سطح سرویسی که برای میزان ریسک هر بخش شبکه تعریف شده است صورت می‌پذیرد. دلیل استفاده از محدودیت‌های احتمالی، به‌رغم پرداخت هزینه بیشتر، این است که ماهیت مسئله با ریسک ارتباط دارد و از طرف دیگر جواب‌هایی مطمئن‌تر از دیگر حالات به دست می‌دهد. در ادامه ساختار هر یک از این محدودیت‌ها تشریح می‌شود.

## تعریف نشانه‌ها و پارامترها و متغیرها

نشانه‌ها

$z_i$ : شمارنده گره‌های بالقوه هاب؛

$o$ : شمارنده گره‌های مبدأ؛

$d$ : شمارنده گره‌های مقصد؛

$k$ : شمارنده نوع کالا؛

با توجه به آنچه بیان شد، به نظر می‌رسد تا کنون مسئله مکان‌یابی شبکه هاب در شرایطی که هر گره دارای ویژگی‌های غیر قطعی، مانند ظرفیت و شرایط آب‌وهوایی و امنیت باشد، بررسی نشده است. در واقع، هدف این پژوهش طراحی شبکه هاب در شرایطی است که هر گره و مسیر با توجه به ویژگی‌های غیر قطعی خاص آن امکان انتخاب به منزله مکان استقرار هاب را دارد.

در بخش بعدی مقاله برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای مدل می‌آید. پس از آن روش حل مدل تشریح می‌شود. در ادامه نتایج عددی و در نهایت نتیجه‌گیری می‌آید.

## فرمول‌بندی مدل

## توصیف مسئله

مدل پیشنهادی دو تابع هدف دارد به صورت کمینه‌سازی مجموع هزینه ثابت استقرار تسهیلات هاب

$X_{oi}^{ks}$ : اگر برای حمل کالای نوع  $k$  تحت سناریوی  $s$  گره مبدأ  $o$  به گره هاب  $i$  متصل شود، مقدار  $1$  می‌گیرد. در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

$X_{ij}^{ks}$ : اگر برای حمل کالای نوع  $k$  تحت سناریوی  $s$  گره هاب  $i$  به گره هاب  $j$  متصل شود، مقدار  $1$  می‌گیرد. در غیر این صورت مقدار  $0$  می‌گیرد.

$X_{jd}^{ks}$ : اگر برای حمل کالای نوع  $k$  تحت سناریوی  $s$  گره هاب  $j$  به گره مقصد  $d$  متصل شود، مقدار  $1$  می‌گیرد. در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

$s$ : شمارنده سناریوهای مختلف.  
مجموعه‌ها  
 $N$ : کل گره‌ها،  $N = \{1, \dots, n\}$ ؛  
 $H$ : گره‌های هاب؛  
 $K$ : نوع کالاها؛  
 $s \in \pi$ : مجموعه حالات (سناریوها).  
پارامترها

$f_i$ : هزینه قطعی استقرار تسهیل هاب در گره  $i$ ؛  
 $W_{od}^{ks}$ : میزان جریان غیر قطعی کالای نوع  $k$  از مبدأ  $o$  به مقصد  $d$  تحت سناریوی  $s$ ؛

$p_s$ : احتمال رخداد سناریوی  $s$  ( $\sum_{s \in \pi} p_s = 1$ )؛

$\pi_i^s$ : ریسک غیر قطعی گره هاب  $i$  تحت سناریوی  $s$ ؛

$\pi_{oi}^{ks}$ : ریسک غیر قطعی مسیر مبدأ  $o$  به گره هاب  $i$

برای حمل محصول  $k$  تحت سناریوی  $s$ ؛

$\alpha$ : نرخ تخفیف ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )؛

$\rho_1$ : ضریب شدت تابع هدف ( $1 \leq \rho_1$ )؛

$\rho_1$ : ضریب شدت محدودیت احتمالی ( $\rho_1 \leq \rho_2$ )؛

$\pi_{jd}^{ks}$ : ریسک غیر قطعی مسیر گره هاب  $j$  به مقصد

$d$  برای حمل محصول  $k$  تحت سناریوی  $s$ ؛

$\delta_1$ : حد بالای ریسک هر گره هاب؛

$\delta_2$ : حد بالای ریسک مسیر مبدأ به هاب؛

$\delta_3$ : حد بالای ریسک مسیر هاب به هاب؛

$\delta_4$ : حد بالای ریسک مسیر هاب به مقصد؛

$\delta_5$ : حد بالای ریسک مسیر کلی حمل؛

$\beta_1$ : سطح اطمینان ریسک هر گره هاب؛

$\beta_2$ : سطح اطمینان ریسک مسیر مبدأ به هاب؛

$\beta_3$ : سطح اطمینان ریسک مسیر هاب به هاب؛

$\beta_4$ : سطح اطمینان ریسک مسیر هاب به مقصد؛

$\beta_5$ : سطح اطمینان ریسک مسیر کلی حمل.

### مسئله چندهدفه مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن ویژگی‌های غیر قطعی نقاط بالقوه و مسیرها

در این بخش ساختار مدل ارائه می‌شود. مدل پیشنهادی در قالب یک برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای فرمول‌بندی می‌شود. همان‌طور که گفته شد، در این نوع برنامه‌ریزی در مرحله اول تعداد و مکان تسهیلات هاب تعیین می‌شود. این کار تصمیمی استراتژیک است که در کوتاه‌مدت تغییر نمی‌کند و ثابت باقی می‌ماند. گفتنی است فرایند استقرار تسهیلات هاب در طولانی‌مدت تعریف می‌شود و فقط یک بار رخ می‌دهد. بنابراین، تغییراتی برای هزینه ثابت استقرار تسهیلات هاب در نظر گرفته نشده و ثابت فرض شده است. در مرحله دوم تصمیمات تاکتیکی، از جمله مسیربایی و تخصیص نقاط تقاضا به تسهیلات هاب انتخاب‌شده در مرحله اول، صورت می‌پذیرد. با استفاده از نرخ تخفیفی ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )، که قبلاً تعریف شد، می‌توان هزینه واحد تصادفی جابه‌جایی کالای نوع  $k \in K$  از مبدأ  $o \in N$  به مقصد  $d \in N$  با تسهیلات هاب  $i, j \in H$  تحت سناریوی  $s \in \pi$  را به صورت  $F_{oid}^{ks} = \gamma c_{oi}^{ks} + \alpha c_{ij}^{ks} + \tau c_{jd}^{ks}$  تعریف کرد که در آن  $\gamma$  نرخ تخفیف مسیر مبدأ به هاب ( $\alpha \leq \gamma$ ) و  $\tau$  نرخ تخفیف مسیر هاب به مقصد ( $\alpha \leq \tau$ ) است. مدل با رعایت فرض برقراری نامساوی مثلثی<sup>۲۱</sup> تعریف شده است. فرض دیگر این است که در هر مسیر حداکثر از دو تسهیل هاب استفاده می‌شود [۲۴]. در ادامه مدل پیشنهادی در قالب یک برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای فرمول‌بندی می‌شود:

### متغیرهای تصمیم

متغیرهای تصمیم مرحله اول

$z_i$ : اگر تسهیل هاب در گره  $i$  استقرار یابد، مقدار  $1$  می‌گیرد. در غیر این صورت مقدار  $0$  می‌گیرد.

متغیرهای تصمیم مرحله دوم

$X_{oid}^{ks}$ : کسری از جریان کالای نوع  $k$  تحت سناریوی

$s$  که از مبدأ  $o$  به مقصد  $d$  از مسیر هاب  $i$  به هاب  $j$

مقداری مثبت به خود می‌گیرد ( $0 \leq X_{oid}^{ks} \leq 1$ ).

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in H} f_i Z_i + \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} W_{od}^{k,s} F_{oid}^{k,s} X_{oid}^{k,s} \right). \quad (1)$$

$$\text{Min } \Gamma = \sum_{i \in H} \sum_{s \in S_\pi} p_s \pi_i^s Z_i + \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} (\pi_{oi}^{k,s} + \rho_1 \pi_{ij}^{k,s} + \pi_{jd}^{k,s}) X_{oid}^{k,s} \right). \quad (2)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H} X_{oid}^{k,s} = 1 \quad o, d \in N, k \in K, s \in S_\pi \quad (3)$$

$$\sum_{j \in H} X_{oid}^{k,s} \leq Z_i \quad o, d \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (4)$$

$$\sum_{i \in H} X_{oid}^{k,s} \leq Z_j \quad o, d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (5)$$

$$X_{oi}^{k,s} \leq Z_i \quad o \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (6)$$

$$X_{ij}^{k,s} \leq Z_i \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (7)$$

$$X_{ij}^{k,s} \leq Z_j \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (8)$$

$$X_{jd}^{k,s} \leq Z_j \quad d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (9)$$

$$X_{oid}^{k,s} \leq X_{oi}^{k,s} \quad o, d \in N, i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (10)$$

$$X_{oid}^{k,s} \leq X_{ij}^{k,s} \quad o, d \in N, i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (11)$$

$$X_{oid}^{k,s} \leq X_{jd}^{k,s} \quad o, d \in N, i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (12)$$

$$X_{oi}^{k,s} \leq \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} X_{oid}^{k,s} \quad o \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (13)$$

$$X_{ij}^{k,s} \leq \sum_{o \in N} \sum_{d \in N} X_{oid}^{k,s} \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (14)$$

$$X_{jd}^{k,s} \leq \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} X_{oid}^{k,s} \quad d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (15)$$

$$p(\pi_i^s \cdot Z_i \geq \delta_1) \leq \beta_1 \quad i \in H, s \in S_\pi \quad (16)$$

$$p(\pi_{oi}^{k,s} \cdot X_{oi}^{k,s} \geq \delta_2) \leq \beta_2 \quad o \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (17)$$

$$p(\pi_{ij}^{k,s} \cdot X_{ij}^{k,s} \geq \delta_3) \leq \beta_3 \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (18)$$

$$p(\pi_{jd}^{k,s} \cdot X_{jd}^{k,s} \geq \delta_4) \leq \beta_4 \quad j \in H, d \in N, k \in K, s \in S_\pi \quad (19)$$

$$p\left((\pi_{oi}^{k,s} + \pi_{ij}^{k,s} + \pi_{jd}^{k,s}) X_{oid}^{k,s} \geq \delta_5\right) \leq \beta_5 \quad o, d \in N, i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (20)$$

$$X_{oid}^{k,s}, X_{jd}^{k,s}, X_{ij}^{k,s}, X_{oi}^{k,s} \geq 0 \quad i, j \in H, o, d \in N, k \in K, s \in S_\pi \quad (21)$$

$$z \in \mathbb{B}^{|H|}. \quad (22)$$

مقصد  $d \in N$  فقط یک مسیر وجود دارد. محدودیت‌های ۴ تا ۱۵ شرایط ایجاد صحیح مسیر را تضمین می‌کنند. محدودیت ۱۶ تضمین می‌کند که ریسک هر گره هاب تحت سناریوی  $s \in S_\pi$  با احتمال  $1-\beta_1$  از مقدار  $\delta_1$  بیشتر نشود. محدودیت ۱۷ تضمین می‌کند ریسک مسیر مبدأ به هاب برای محصول  $k \in K$  تحت سناریوی  $s \in S_\pi$  با احتمال  $1-\beta_2$  از مقدار  $\delta_2$  بیشتر نشود.

رابطه ۱ مربوط به تابع هدف اول است؛ به صورت کمینه‌سازی هزینه ثابت استقرار تسهیلات هاب و هزینه حمل‌ونقل غیرقطعی تحت سناریوی  $s_\pi$  است. رابطه ۲ تابع هدف دوم است؛ به صورت کمینه‌سازی متوسط ریسک نقاط بالقوه استقرار تسهیلات هاب به‌علاوه ریسک مسیر، که تحت سناریو تعریف شده است. رابطه ۳ بیان می‌کند که برای هر مبدأ  $o \in N$

به صورت رابطه ۲۴ تعریف کرد:

(۲۴)

$$\begin{aligned} \text{Min } \Omega \theta_1 \sum_{i \in H} f_i Z_i \\ + \theta_1 \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} W_{od}^{k,s} F_{oij d}^{k,s} X_{oij d}^{k,s} \right) \\ + \theta_2 \sum_{i \in H} \sum_{s \in S_\pi} p_s \pi_i^s Z_i \\ + \theta_2 \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} (\pi_{oi}^{k,s} + \rho_1 \pi_{ij}^{k,s} + \pi_{jd}^{k,s}) X_{oij d}^{k,s} \right) \end{aligned}$$

در ارتباط با درجه اهمیت توابع هدف گفتنی است که این ضرایب شامل درجه اهمیت هم مقیاس‌سازی توابع هدف می‌باشند.

### روش حل

با توجه به اینکه مدل این مسئله به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مرکب است، و همچنین ساختار محدودیت‌های مسئله بشکل بلوکی می‌باشد، در این بخش الگوریتم تجزیه بندرز جهت حل مدل استفاده می‌شود.

### روش تجزیه بندرز

زیرمسئله<sup>۲۲</sup> SP در فضای متغیرهای  $X_{od}^{k,s}, X_{oij d}^{k,s}, X_{ij}^{k,s}, X_{oi}^{k,s}$  برای هر بردار مقادیر ثابت  $\hat{Z} \in \mathbb{B}^{|H|}$  به صورت روابط ۳ و ۱۰ تا ۱۵ و ۱۷ تا ۲۱ و ۲۵ و ۳۱ تعریف می‌شود:

محدودیت ۱۸ تضمین می‌کند ریسک مسیر هاب به هاب برای محصول  $k \in K$  تحت سناریوی  $s \in S_\pi$ ، با احتمال  $1-\beta_3$ ، از مقدار  $\delta_3$  بیشتر نشود. محدودیت ۱۹ تضمین می‌کند ریسک مسیر هاب به مقصد برای محصول  $k \in K$  تحت سناریوی  $s \in S_\pi$ ، با احتمال  $1-\beta_4$ ، از مقدار  $\delta_4$  بیشتر نشود. محدودیت ۲۰ نشان می‌دهد ریسک مسیر کلی مبدأ به مقصد محصول  $k \in K$  تحت سناریوی  $s \in S_\pi$ ، با احتمال  $1-\beta_5$ ، از مقدار  $\delta_5$  بیشتر نشود. محدودیت‌های ۲۱ و ۲۲ مربوط به محدودیت‌های متغیرهای غیر منفی و ۰ یک مسئله است. گفتنی است در مدل حاضر نیازی به تعریف مستقیم متغیرهای  $X_{ij}^{k,s}, X_{ij}^{k,s} X_{oij d}^{k,s}, X_{ij}^{k,s}, X_{oi}^{k,s}$  نیست. زیرا، با توجه به ماتریس ضرایب تکنولوژیک، همواره در جواب بهینه مدل ۱ تا ۲۲ متغیرهای مذکور به صورت عدد صحیح به دست می‌آیند.

برای حل مدل باید محدودیت‌های احتمالی ۱۶ تا ۲۰ به صورت خطی درآیند. اگر تعداد سناریوها به اندازه کافی بزرگ فرض شوند، می‌توان تابع توزیع احتمال معیارهای عدم اطمینان نقاط بالقوه هاب و مسیر را به صورت نرمال فرض کرد. در ادامه شکل خطی محدودیت احتمالی ۱۶ بیان می‌شود:

$$\delta_1 \geq (\pi_i^s + z_{1-\beta_1} \sqrt{\sigma_{\pi_i}^2}) \cdot Z_i \quad i \in H, s \in S_\pi \quad (۲۳)$$

با استفاده از ضرایب  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به صورت درجه اهمیت توابع هدف می‌توان تابع هدف تجمیع شده را

$$\text{Min } K = \theta_1 \left( \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} W_{od}^{k,s} F_{oij d}^{k,s} X_{oij d}^{k,s} \right) \right) + \theta_2 \left( \sum_{s \in S_\pi} p_s \left( \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} (\pi_{oi}^{k,s} + \rho_1 \pi_{ij}^{k,s} + \pi_{jd}^{k,s}) X_{oij d}^{k,s} \right) \right) \quad (۲۵)$$

subject to: (۳), (۱۰), (۱۵), (۱۷), (۲۱),

$$\sum_{j \in H} X_{oij d}^{k,s} \leq \hat{Z}_i \quad o, d \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۲۶)$$

$$\sum_{i \in H} X_{oij d}^{k,s} \leq \hat{Z}_j \quad o, d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۲۷)$$

$$X_{oi}^{k,s} \leq \hat{Z}_i \quad o \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۲۸)$$

$$X_{ij}^{k,s} \leq \hat{Z}_i \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۲۹)$$

$$X_{ij}^{k,s} \leq \hat{Z}_j \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۳۰)$$

$$X_{jd}^{k,s} \leq \hat{Z}_j \quad d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (۳۱)$$

$$X_{oij d}^{k,s}, X_{jd}^{k,s}, X_{ij}^{k,s}, X_{oi}^{k,s} \geq 0 \quad i, j \in H, o, d \in N, k \in K, s \in S_\pi$$

زیرمسئله فوق (DS) را به صورت روابط ۳۲ تا ۳۷  
تعریف کرد:

فرض کنید  $u^i, i = 1, \dots, 17$  به ترتیب مقادیر  
متغیرهای مسئله دوگان محدودیت‌های ۳، ۱۰ تا ۱۵،  
۱۷ تا ۲۱ و ۲۵ تا ۳۱ باشد. می‌توان مسئله دوگان

$$\begin{aligned} \text{Max } U = & \sum_{o \in N} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{odks}^1 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{oidks}^2 \hat{Z}_i - \sum_{o \in N} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{ojdks}^3 \hat{Z}_j - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{oik}^4 \hat{Z}_i \\ & - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{ijks}^5 \hat{Z}_i - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{ijks}^6 \hat{Z}_j - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{j d k s}^7 \hat{Z}_j - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{oik}^4 \delta_2 - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{ijks}^5 \delta_3 \\ & - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{j d k s}^7 \delta_4 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} u_{oidks}^2 \delta_5. \end{aligned} \quad (32)$$

Subject to:

$$u_{odks}^1 - u_{oidks}^2 - u_{ojdks}^3 - u_{oik}^4 - u_{ijks}^5 - u_{ijks}^6 - u_{j d k s}^7 + u_{oik}^4 + u_{ijks}^5 + u_{ijks}^6 + u_{j d k s}^7 \geq 0 \quad (33)$$

$$-u_{oidks}^2 \left( \pi_{oi}^{ks} + \rho_2 \pi_{ij}^{ks} + \pi_{jd}^{ks} \right) + z_1 - \beta_5 \sqrt{\sigma_{\pi_{oi}^{ks} + \rho_2 \pi_{ij}^{ks} + \pi_{jd}^{ks}}^2} \leq \theta_1 p_s W_{od}^{ks} R_{oidks}^{ks} + \theta_2 p_s (\pi_{oi}^{ks} + \rho_1 \pi_{ij}^{ks} + \pi_{jd}^{ks}), \quad o, d \in N, i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi$$

$$-u_{oik}^4 + \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} u_{ojdks}^3 - u_{oik}^4 - u_{oik}^4 \left( \pi_{oi}^{ks} + z_1 - \beta_2 \sqrt{\sigma_{\pi_{oi}^{ks}}^2} \right) \leq 0, \quad o \in N, i \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (34)$$

$$-u_{ijks}^5 - u_{ijks}^6 + \sum_{o \in N} \sum_{d \in N} u_{oidks}^2 - u_{ijks}^5 - u_{ijks}^6 \left( \pi_{ij}^{ks} + z_1 - \beta_3 \sqrt{\sigma_{\pi_{ij}^{ks}}^2} \right) \leq 0, \quad i, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (35)$$

$$-u_{j d k s}^7 + \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} u_{oidks}^2 - u_{j d k s}^7 - u_{j d k s}^7 \left( \pi_{jd}^{ks} + z_1 - \beta_4 \sqrt{\sigma_{\pi_{jd}^{ks}}^2} \right) \leq 0, \quad d \in N, j \in H, k \in K, s \in S_\pi \quad (36)$$

$$u^i \text{ free}, u^i \geq 0 \quad i = 2, \dots, 17 \quad (37)$$

$z \in \mathbb{B}^{|H|}$ .

فرض کنید مقادیر  $\bar{u}^i$  متعلق به مجموعه  $E(p_D)$ .  
نشان دهنده نقاط گوشه‌ای  $\bar{u}^i$  شدنی مسئله دوگان و  
مقادیر  $\bar{u}^i$  متعلق به مجموعه  $R(p_D)$  نمایانگر  
مجموعه شعاع‌های حدی  $\bar{u}^i$  مسئله دوگان باشند. مسئله  
آزادشده اصلی بندرز  $\bar{u}^i$  (RMP) را می‌توان به صورت  
روابط ۱۴، ۴۰ و ۴۱ فرمول‌بندی کرد.

حال، طبق الگوریتم تجزیه بندرز، جهت محاسبه  
حد پایین، مسئله اصلی بندرز  $\bar{u}^i$  (MP) مدل می‌شود.  
متغیر جدید  $Z_{lower}$  برای هزینه جابه‌جایی کل تعریف  
می‌شود. بدین ترتیب می‌توان مسئله اصلی بندرز را به  
صورت روابط ۱۴، ۳۸ و ۳۹ فرمول‌بندی کرد:

$$\text{Min } \Omega = Z_{lower} \quad (38)$$

Subject to: (۱۴)

$$Z_{lower} \geq \theta_1 \sum_{i \in H} f_i Z_i + \theta_2 \sum_{i \in H} \sum_{s \in S_\pi} p_s \pi_i^s Z_i \quad (39)$$

$$\text{Min } \Omega = Z_{lower}$$

Subject to: (۱۴)

$$Z_{lower} \geq \theta_1 \sum_{i \in H} f_i Z_i + \theta_2 \sum_{i \in H} \sum_{s \in S_\pi} p_s \pi_i^s Z_i + \sum_{o \in N} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{odks}^1 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oidks}^2 Z_i - \sum_{o \in N} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ojdks}^3 Z_j \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oik}^4 Z_i - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^5 Z_i - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^6 Z_j - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{j d k s}^7 Z_j \\ & - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oik}^4 \delta_2 - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^5 \delta_3 - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{j d k s}^7 \delta_4 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oidks}^2 \delta_5. \quad \forall \bar{u}^i \in E(p_D) \end{aligned}$$

$$(41)$$

$$\begin{aligned} 0 \geq & \sum_{o \in N} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{odks}^1 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oidks}^2 Z_i - \sum_{o \in N} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ojdks}^3 Z_j - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oik}^4 Z_i \\ & - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^5 Z_i - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^6 Z_j - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{j d k s}^7 Z_j - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oik}^4 \delta_2 - \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{ijks}^5 \delta_3 \\ & - \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{j d k s}^7 \delta_4 - \sum_{o \in N} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{d \in N} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S_\pi} \bar{u}_{oidks}^2 \delta_5. \quad \forall \bar{u}^i \in R(p_D) \end{aligned}$$

$z \in \mathbb{B}^{|H|}$ .



### نتایج عددی

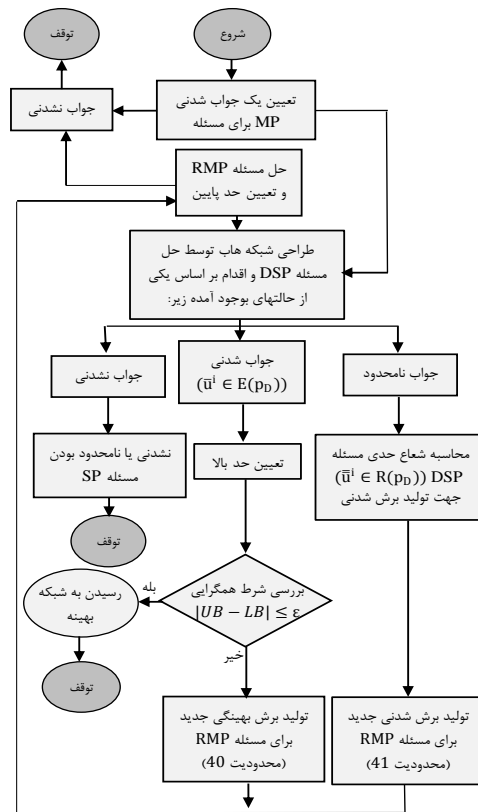
در این بخش ابتدا دو مسئله  $p_1$  و  $p_2$  با ویژگی‌های مختلف تعریف می‌شود. سپس برای مدل پیشنهادی جواب مسئله  $p_1$  برای شبکه‌های هاب با تعداد ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و مسئله  $p_2$  برای تعداد ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۲۵ با استفاده از الگوریتم تجزیه بندرز و حل‌کننده پیش‌فرض Cplex محاسبه و با یک‌دیگر مقایسه می‌شود. در جدول ۲ مقادیر مختلف پارامترهای استفاده‌شده برای مسئله‌های  $p_1$  و  $p_2$  می‌آید. مقادیر پارامترها در سناریوهای مختلف به طور تصادفی تولید شده و به صورتی فرض شده که همه شرایط واقعی، شامل مقادیر محتمل و خوش‌بینانه و بدبینانه، را پوشش دهد. گفتنی است مقادیر ریسک شاخص‌های مختلف از طریق تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، طبق رابطه ۴۲، ادغام و میانگین و واریانس ریسک نهایی نقاط بالقوه و مسیرهای مختلف شبکه محاسبه شد.

$$\pi_i^s = \sum_{k \in K} \sum_{m=1}^n G_{im}^k \pi_{im}^{k,s} \quad i \in H, s \in S_n \quad (42)$$

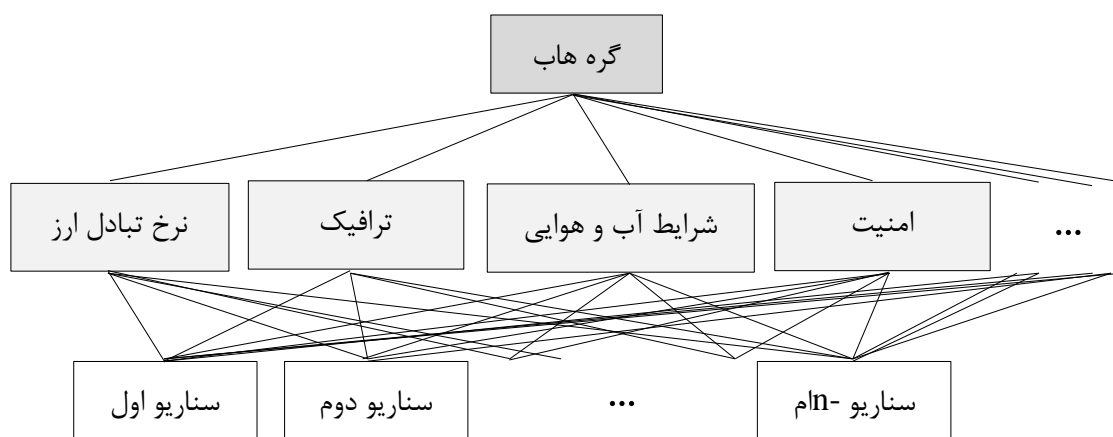
شاخص  $G_{im}^k$  وزن شاخص  $m$  ریسک‌گره  $i$  برای کالای نوع  $k \in K$  است، زمانی که برای هر گره  $n$  معیار ریسک فرض شود. در شکل ۲ نمونه شماتیکی از معیارهای مختلف برای گره‌های بالقوه هاب، تحت سناریوهای مختلف، می‌آید.

### نمودار عملکرد الگوریتم تجزیه بندرز

نحوه حل مسئله و عملکرد الگوریتم بندرز در شکل ۱ می‌آید.



شکل ۱. نمودار عملکرد الگوریتم تجزیه بندرز



شکل ۲. معیارهای غیر قطعی گره‌های بالقوه هاب

جدول ۲. مشخصات دو مثال عددی

$p_2$	$p_1$	نام مسئله
۱	۲	تعداد نوع کالا
۵	۴	تعداد گره‌های بالقوه هاب
۸	۲۰	تعداد سناریوها
۲	۱	درجه اهمیت تابع هدف اول
۳	۳	درجه اهمیت تابع هدف دوم
۱	۱٫۵	ضریب شدت در تابع هدف
۲	۲	ضریب شدت در محدودیت احتمالی
۰٫۹	۰٫۸	نرخ تخفیف مسیر مبدأ - هاب
۰٫۱	۰٫۴	نرخ تخفیف مسیر هاب - هاب
۰٫۹	۰٫۸	نرخ تخفیف مسیر هاب - مقصد
٪۹۰	٪۹۰	سطح اطمینان نقاط بالقوه هاب
٪۹۰	٪۹۰	سطح اطمینان مسیر مبدأ - هاب
٪۹۵	٪۹۵	سطح اطمینان مسیر هاب - هاب
٪۹۰	٪۹۰	سطح اطمینان مسیر هاب - مقصد
٪۹۵	٪۹۵	سطح اطمینان کل مسیر
$5 \times 10^{-6}$	$10^{-6}$	حد بالای ریسک نقاط بالقوه هاب
$10^{-5}$	$10^{-6}$	حد بالای ریسک مسیر مبدأ - هاب
$2 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-6}$	حد بالای ریسک مسیر هاب - هاب
$10^{-5}$	$10^{-6}$	حد بالای ریسک مسیر هاب - مقصد
$5 \times 10^{-6}$	$10^{-9}$	حد بالای ریسک کل مسیر
$5 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-5}$	هزینه ثابت استقرار
$U(30,40)$	$N(100,40)$	هزینه جابه‌جایی مسیر مبدأ - هاب
$U(10,40)$	$N(90,40)$	هزینه جابه‌جایی مسیر هاب - هاب
$U(30,50)$	$N(100,30)$	هزینه جابه‌جایی مسیر هاب - مقصد
$U(100,500)$	$N(100,40)$	میزان جریان
$U(0,1)$	$U(0,1)$	احتمال رخداد سناریوها

جدول ۳. هزینه استقرار در مسئله  $p_1$  و  $p_2$  برای شبکه‌هایی با اندازه‌های مختلف

N	Variable	Const	CS solution		BD solution		Iter	Gap	
			$\Omega^*_{CS}$	$Z^*_{CS}$	$\Omega^*_{BD}$	$Z^*_{BD}$			
۵	۱۸۲۴۵	۸۰۱۸۰	۱۲۸۱۴۰۵	۱	۱۲۸۱۴۰۵	۱	۷	۰	
۱۰	۶۷۸۵۰	۳۰۴۸۸۰	-	-	۴۰۶۴۲۷۴٫۸	۲٫۳٫۴	۸	۰٫۰۱	
$p_1$	۱۵	۱۴۹۴۵۵	۶۷۴۶۸۰	-	۶۳۵۰۹۶۶٫۳	۱٫۳٫۴	۴	۰٫۱	
	۲۰	۲۶۳۰۶۰	۱۱۱۹۰۴۸۰	-	۱۳۲۸۲۶۹۰	۱٫۲٫۳٫۴	-	۰٫۱	
۶	۷۸۸۸	۳۴۴۴۸	۱۵۳۲۹۲۰	۴	۱۵۳۲۹۲۰	۴	۹	۰	
$p_2$	۸	۱۳۶۴۸	۵۹۷۹۲	۱۶۱۸۹۲۵	۴٫۵	۲۶۴۲۴۲۵٫۲	۳٫۴٫۵	۹	۰٫۰۱
	۱۰	۲۱۰۱۰	۹۲۲۴۰	-	۴۰۹۰۰۵۹٫۱	۲٫۴٫۵	۱۶	۰٫۰۱	
	۱۲	۲۹۹۷۲	۱۳۱۷۹۲	-	۵۷۶۷۳۰۰٫۶	۱٫۳٫۴	۱۵	۰٫۱	

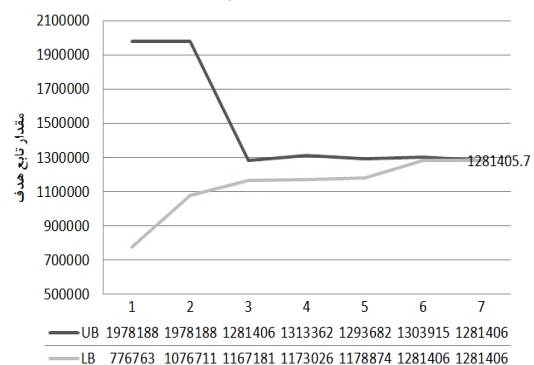
CS: Cplex solver

BD: Bender's decomposition algorithm

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش ابتدا مسئله مکان‌یابی چندهدفه تسهیلات هاب، با در نظر گرفتن ویژگی‌های غیر قطعی نقاط بالقوه و مسیرها، با تعریف تابع هدف اول، به صورت کمینه‌کردن مجموع هزینه ثابت استقرار تسهیلات هاب، به علاوه هزینه احتمالی حمل‌ونقل و تابع هدف دوم به صورت کمینه‌کردن ریسک نقاط استقرار تسهیلات هاب و مسیرها معرفی شد. در ادامه بیان شد که شاخص‌هایی از قبیل شرایط آب و هوایی، امنیت، نرخ تبادل ارز، احتمال قطع به منزله ریسک در مدل در نظر گرفته شده‌اند. سپس از روش تجزیه بندرز برای حل مدل استفاده شد. در انتها، با استفاده از الگوریتم تجزیه بندرز و همچنین بدون استفاده از آن دو مسئله  $p_1$  و  $p_2$  حل شد و با مقایسه نتایج درستی عملکرد روش حل پیشنهادی مشخص شد. در مطالعات آتی می‌توان از روش تخمین میانگین نمونه‌گیری برای تعیین سناریوهای کارآمد و همچنین تعداد بهینه آن استفاده کرد. همچنین می‌توان الگوریتم بهبودیافته تجزیه بندرز را برای حل مدل به کار برد.

در جدول ۳ نتایج حل دو مسئله  $p_2$  و  $p_z$  با تعداد گره‌های مختلف تحت دو رویکرد متفاوت می‌آید. همان‌گونه که انتظار می‌رفت در جدول ۳ مدل پیشنهادی به‌ازای همه اندازه شبکه‌ها با الگوریتم تجزیه بندرز حل شد. در حالی که حل‌کننده Cplex فقط قادر به حل مدل با شبکه‌ای به اندازه ۵ گره برای مسئله  $p_1$  و ۶ و ۸ گره برای مسئله  $p_2$  است که این موضوع مبین کارایی عملکرد روش حل پیشنهادی است. با توجه به نتایج جدول ۳، مشخص است نقاط بالقوه هاب شماره ۳ و ۴ برای مسئله  $p_1$  و نقطه بالقوه هاب شماره ۴ برای مسئله  $p_2$  در همه موارد به منزله مکان استقرار تسهیلات هاب انتخاب شده‌اند که نشان می‌دهد این نقاط کمترین حساسیت را به سناریوهای مختلف دارند و پایدارند. در ادامه مقادیر هزینه ثابت استقرار و ریسک گره‌های مذکور برای دو مسئله افزایش داده شد و بار دیگر مدل به‌ازای مسائل مختلف حل شد و مشاهده شد این گره‌ها در هیچ‌یک از شبکه‌ها به منزله مکان استقرار تسهیلات هاب انتخاب نشده‌اند. این نتیجه نیز درستی کارکرد الگوریتم تجزیه بندرز به‌کاررفته برای حل مدل را نشان می‌دهد. در پایان روند هم‌گرایی الگوریتم تجزیه بندرز در قالب شکل ۳ به طور شماتیک برای نمونه مسئله  $p_2$  با اندازه ۵ رسم شده است.



شکل ۳. نمودار همگرایی الگوریتم تجزیه بندرز برای مسئله  $p_1$  با اندازه ۵

### مراجع

- Costa, M. G., Captivob, M. E., Clmacoc, J. (2008). "Capacitated single allocation hub location problem-A bi-criteria approach." *Computers & Operations Research*, 35, 3671–3695.
- Contreras, I., Cordeau, J. -F., and Laporte, G. (2011). "Stochastic uncapacitated hub location." *European Journal of Operational Research*, 212 (3), 518–528.

- 3- Vasconcelos, A. D., Nassi, C. D., and Lopes, L. A. (2011). "The uncapacitated hublocation problem in networks underdecentralized management." *Computers & Operations Research*, 38, 1656–1666.
- 4- Marianov, V. and Serra, D. (2003). "Location models for airline hubs behaving as M/D,cqueues." *Computers and Operations Research*, 30, 983–1003.
- 5- Mirchandani, P. B. and Odoni, A. R. (1979). "Location of medians on stochastic networks." *Transportation Science*, 13, 85-97.
- 6- Louveaux, F. V. and Thisse, J. -F. (1985). "Production and location on a network under uncertainty." *Operations Research Letters*, 4, 145–149.
- 7- Barbarosoglu, G. and Arda, Y. (2004). "A two-stage stochastic programming framework for transportation planning in disaster response." *J. Oper. Res. Soc.*, 55 (1), 43–53.
- 8- Sheppard, E. S. (1974). "A conceptual framework for dynamic location-allocation analysis" *Environment and Planning a* 6, 547–564.
- 9- Mirchandani, P. B., Oudjit, A., and Wong, R. T. (1985). "Multidimensional extensions and a nested dual approach for the m-median problem." *European Journal of Operational Research*, 21 (1), 121–137.
- 10- Weaver, J. R. and Church, R. L. (1983). "Computational procedures for location problems on stochastic networks." *Transportation Science*, 17 (2), 168–180.
- 11- Laporte, G., Louveaux, F., V. and Hamme, L. (1994). "Exact solution to a location problem with stochastic demands." *Transportation Science*, 28, 95–103.
- 12- Sim, T., Lowe, T. J., and Thomas, B. W. (2009). "The stochastic p-hub center problem with service-level constraints." *Computers and Operations Research*, 36, 3166–3177.
- 13- Yang, T. -H. (2009). "Stochastic air freight hub location and flight routes planning." *Applied Mathematical Modeling*, 33 (12), 4424–4430.
- 14- Tadei, R., Ricciardi, N., and Perboli, G. (2009). "The stochastic p-median problem with unknown cost probability distribution." *Operations Research Letters*, 37, 135-141.
- 15- Snyder, V., Daskin, M., and Teo, C. (2007). "The stochastic location model with risk pooling." *European Journal of Operational Research*, 179, 1221–1238.
- 16- Zhai, H., Liu, Y. i., and Chen, W. (2012). "Applying Minimum-Risk Criterion to Stochastic Hub Location Problem." *Procedia Engineering*, 29, 2313–2321.
- 17- De Camargo, R. S., De Miranda, G., and Ferreira, R. P. (2011). "A hybrid Outer-Approximation,Benders Decomposition algorithm for the single allocation hub location problem under congestion." *Operations Research Letters*, 39, 329-337.
- 18- Correia, I., Stefan, N., and Francisco, S. G. (2010). "Single-assignment hub location problems with multiple capacity levels." *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(8–9): 1047-1066.
- 19- Camargo, R. S., Miranda, Jr. G., and Luna, HP. (2008) "Benders decomposition for the uncapacitated multiple allocation hub location problem." *Computers & Operations Research*, 2008; 35(4):1047–64.
- 20- Alumur, S., Nickel, S., and da Gama, F. S. (2012). "Hub location under uncertainty." *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(4): 529-543.
- 21- Tarokh, M. J., EsmaeiliGookeh, M., and Torabi, Sh. (2012). "A Model to Optimize the Design of a Reverse Logistic Network under Uncertainty." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Volume 46, Issue 2, autumn 2012, Page 159-173.
- 22- Narenji, M., Forghani, A., and Pourebrahim, A. (2011). "A Prioritization Model for Investing Plans by Hierarchical Decision Making under Uncertainty (Interval Comparison Matrices); a Case Study." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Volume 45, Issue 2, autumn 2011, Page 229-237.

- 23- Omidbakhsh, M., Bagherinejad, J., and Seifbarghy, M. (2011). "Modeling Gravity Based Equitable Location Problem on Network and Solving by an Efficient Heuristic Method." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Volume 45, Issue 2, autumn 2011, Page 117-130.
24. Contreras, I., Fernandez, E., and Marin, A. (2010) "The tree of hubs location problem." *European Journal of Operational Research*, 202:390–400.

### واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Reliability Level
- 2- Chance Constraint
- 3- Benders Decomposition Algorithm
- 4- Multi Objective Problem
- 5- Stochastic Optimization
- 6- Robust Optimization
- 7- Tabu Search
- 8- The Hub Median Problem
- 9- Scenario Biased Approach
- 10- The Stochastic p-hub Center Problem
- 11- A Lagrangian-relaxation Algorithm
- 12- Binary Programming
- 13- Branch and Bound Algorithm
- 14- Single Allocation p-hub Median Problem
- 15- Outer Approximation
- 16- Minimax Regret
- 17- Sample Average Approximation Method
- 18- An Interactive Decision-aid Approach
- 19- The Asymptotic Approximations
- 20- Preprocessing
- 21- Triangle Inequality
- 22- Subproblem
- 23- Master Problem
- 24- Extreme Point
- 25- Extreme Ray
- 26- Relaxed Master Problem